

**С.Н. Кривошапко**

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ  
ПОВЕРХНОСТИ  
В АРХИТЕКТУРЕ ЗДАНИЙ,  
КОНСТРУКЦИЙ И ИЗДЕЛИЙ**

**Учебно-методический комплекс**

**Москва  
Российский университет дружбы народов  
2013**

УДК 721.01(07)  
ББК 38.4я73  
К82

У т в е р ж д е н о  
Р И С У ч е н о г о с о в е т а  
Р о с с и й с к о г о у н и в е р с и т е т а  
д р у ж б ы н а р о д о в

*Издание подготовлено в рамках реализации  
Программы стратегического развития РУДН на 2012–2016 гг.*

**Кривошапко, С. Н.**

К82 Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий [Текст] : учебно-методический комплекс / С. Н. Кривошапко. – М. : РУДН, 2013. – 94 с.

ISBN 978-5-209-05008-7

Учебно-методический комплекс обеспечивает реализацию магистерской программы «Архитектура, геометрия и расчет большепролетных пространственных структур» и предназначен для студентов, обучающихся по направлению «Строительство».

Учебный план предусматривает курс в объеме 18 часов лекций и 18 часов практических занятий. Учебным планом предусматривается также 36 часов самостоятельной работы студентов, поэтому данный конспект лекций необходимо изучать совместно с учебным пособием: Кривошапко С.Н., Мамиевой И.А. «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий». – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 360 с., в котором приведен дополнительный материал по расчету на прочность, устойчивость и динамику пространственных структур, очерченных по поверхностям, представленным в конспекте лекций.

В конспекте лекций разбираются вопросы геометрии, расчета, применения, эргономики и архитектурной выразительности зданий, конструкций и изделий различного назначения в форме эллиптического параболоида, параболоида вращения, эллипсоида вращения, однополостного гиперболоида вращения, гипара, коноида, циклических, винтовых и зонтичных поверхностей,

ISBN 978-5-209-05008-7

УДК 721.01(07)  
ББК 38.4я73

© Кривошапко С.Н., 2013

© Российский университет дружбы народов, Издательство, 2013

**ОПИСАНИЕ  
И ПРОГРАММА КУРСА  
««АРХИТЕКТУРА, ГЕОМЕТРИЯ  
И РАСЧЕТ БОЛЬШЕПРОЛЕТНЫХ  
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
СТРУКТУР»»**



**ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ КУРСА**

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ В АРХИТЕКТУРЕ  
ЗДАНИЙ, КОНСТРУКЦИЙ И ИЗДЕЛИЙ  
(по выбору)**

Специализация:

**«Архитектура, геометрия и расчет  
большепролетных пространственных структур»**

Квалификация (степень) выпускника: магистр техники и технологии

Дисциплина «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» читается для студентов, обучающихся по направлению 27800.62 «Строительство» для специализации «Архитектура, геометрия и расчет большепролетных пространственных структур».

Студенты должны иметь квалификацию бакалавр техники и технологии, или бакалавр архитектуры, или бакалавр математики. Знания, полученные в перечисленных бакалавриатах, будут достаточными для продолжения обучения в магистратуре специализации «Архитектура, геометрия и расчет большепролетных пространственных структур».

Дисциплина «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» относится к дисциплинам по выбору вариативной части общенаучного цикла. Курс «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» базируется на дисциплинах: высшая математика, теоретическая механика, сопротивление материалов, которые читались в бакалавриате; дифференциальная геометрия, уравнения математической физики, линейная теория тонких оболочек, формообразование оболочек в архитектуре, которые являются обязательными по программе специализации «Архитектура, геометрия и расчет большепролетных пространственных структур». Желательно совместное изучение дисциплины «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» и дисциплин «История развития архитектуры пространственных систем» и «Аналитические методы расчета оболочек неканонической формы», являющимися дисциплинами по выбору.

Часть курса, посвященная архитектуре зданий, конструкций и изделий в форме аналитических поверхностей, имеет **практическую ценность**, а другая часть, дающая информацию о прочности, устойчивости и динамике пространственных структур, носит **теоретический характер** и знакомит студентов с достижениями науки в области аналитических и численных методов расчета большепролетных пространственных структур.

Тонкостенные конструкции типа оболочек составляют весьма обширный класс. Формы объектов, которые могут быть причислены к этому

классу, чрезвычайно разнообразны, точно так же, как велико и число областей техники и строительства, в которых они встречаются. Наряду со сложностью форм и воздействий к тонкостенным конструкциям предъявляются жесткие требования в отношении надежности и одновременно легкости.

Проблема использования аналитических поверхностей в архитектуре зданий, конструкций и изделий неоднократно привлекала внимание крупных архитекторов и ученых-механиков. Были изданы несколько монографий и справочников по этому вопросу [1, 2]. Однако в большинстве этих книг особое внимание уделялось геометрическим параметрам описываемых тонкостенных конструкций и оболочек (толщина, габаритные размеры, опорные конструкции) и их функциональному назначению, характеристике же поверхностей очертания оболочек и конструкций посвящалось практически несколько слов. Мало внимания уделялось и описанию методов расчета представленных в книгах оболочек и конструкций на прочность, устойчивость и динамику, анализу взаимосвязи между формой сооружения и его прочностью. Много интересных предложений по расчету оболочек, очерченных по аналитическим поверхностям, на прочность, устойчивость и динамику разбросаны в журналах, сборниках трудов и материалах конференций и не цитировались в упомянутых выше книгах.

В настоящем курсе «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» излагаются основные достижения современной науки в области геометрии срединных поверхностей оболочек, показывается связь формы оболочки и ее прочности, приводятся практически все известные на сегодняшний день сведения о методах расчета и проектирования оболочек, очерченных по поверхностям, относящимся к наиболее распространенным классам, дается информация о наиболее известных построенных сооружениях, конструкциях и изделиях в форме рассматриваемых поверхностей.

**Цель дисциплины** – показать взаимосвязь между формой сооружения, его прочностью и эргономичностью.

К **задачам дисциплины** можно отнести подготовку новой генерации молодых архитекторов и инженеров-строителей, которые раскроют новые возможности тонкостенных структур в связи с появлением новых материалов и программных комплексов для расчета, новых форм в архитектуре пространственных конструкций.

Каждое знаменитое пространственное сооружение является уникальным и их строительство нельзя поставить на поток. Знаменитый архитектор и инженер Э. Торроха говорит: «Лучшим сооружением является то, надежность которого обеспечивается главным образом за счет его формы, а не за счет прочности его материала. Последнее достигается просто, тогда как первое, наоборот, с большим трудом. В этом заключается прелесть поисков и удовлетворение от открытий».

Предлагаемый курс является **инновационным** по содержанию, включает в себя последние научные достижения на стыке дифференциальной геометрии, теории оболочек и архитектуры. Материалы, вошедшие в дисциплину, неоднократно докладывались на научно-практических конференциях различного уровня, публиковались в научных зарубежных и отечественных журналах [3], обзорах ВНИИНТПИ [4] и в сборниках трудов. В методике преподавания также имеются признаки инновации, т.к. лекции читаются в специально оборудованных аудиториях с применением мультимедийной и проекционной техники. Каждая лекция будет заканчиваться 20-ти минутным обсуждением материалов лекции в интерактивном режиме. Кроме аудиторной и самостоятельной учебной работы по освоению образовательной программы предусмотрено факультативное посещение обучающимися межвузовского научного семинара «Геометрия и расчет тонких оболочек неканонической формы» [5], проходящего на регулярной основе (1 раз в 2 месяца) в течение всего учебного года. На этом семинаре выступают ведущие исследователи и специалисты-практики, представители российских компаний и общественных профессиональных организаций.

Большое внимание уделяется **информационным источникам и интернет-технологиям** получения новой информации. Для дисциплины подготовлены специальные учебные пособия [6 – 8] с сотнями наименованиями первоисточников, современной литературы и указателями интернет-ресурсов по теме курса.

**Организация учебного процесса** организована по классической системе: лекция + практические занятия + контроль знаний. Как уже отмечалось ранее, каждая лекция



Компьютерный класс на 15 мест [9]

будет заканчиваться 20-ти минутным обсуждением материалов лекции в интерактивном режиме. Некоторые практические занятия проходят в компьютерном классе кафедры с выходом в интернет. Студенты готовят обзорный итоговый реферат по заданной теме курса с использованием материалов рекомендуемых источников и защищают его публично перед сокурсниками и профессорско-преподавательским составом кафедры.

**Материально-техническое обеспечение дисциплины** состоит из аудитории для чтения лекций, оборудованной техническими средствами обучения, компьютерного класса для построения поверхностей в интерак-

тивной форме и проведения всех видов контрольных мероприятий, тестирования остаточных знаний (см. фото); лаборатории «Сопротивление материалов», оборудованной всеми необходимыми, средствами и оборудованием для проведения экспериментальных и научных работ (см. фото); набора гипсовых демонстрационных моделей аналитических поверхностей различных классов для визуализации формообразования поверхностей (см. фото).

Промежуточный **контроль знаний** ведется по результатам одной контрольной работы на 30 минут и из компьютерного тестирования в системе «Ментор» в конце семестра.



Студенты на практическом занятии изготавливают модель циклической оболочки в лаборатории «Сопротивление материалов»



Лаборатория  
«Сопротивление материалов»[8]

Общий контроль осуществляется при помощи балльно-рейтинговой системы (БРС), по итогам которой автоматически выставляется зачет (100 баллов). Методика оценки знаний по БРС выдается студентам на первом практическом занятии, поэтому они могут самостоятельно вести подсчет заработанных баллов.

#### **Сведения об авторе курса:**

КРИВОШАПКО С.Н., доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой Прочности материалов и конструкций РУДН [10, 11]

#### **Литература, подтверждающая**

##### **содержание «Общего описания курса»**

1. Морозов А.П., Василенко О.В., МIRONKOV Б.А. Пространственные конструкции общественных зданий. – Л.: «Стройиздат. Ленинградское отделение», 1977. – 168 с.
2. Maan H. Jawad. Design of Plate and Shell Structures.–NY: ASME PRESS, 2004.–476 p.
3. Krivoshapko S.N. Research on general and axisymmetric ellipsoidal shells used as domes, pressure vessels, and tanks// Applied Mechanics Reviews (ASME). – November 2007. – Vol. 60, № 6. – P. 336-355.



4. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Геометрия, расчет и проектирование конструкций в форме циклических поверхностей: Обзорная информация. – Сер. «Строительные материалы и конструкции», вып. 2. – М.:ОАО «ВНИИНТПИ», 2010. – 61 с.
5. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Энциклопедия аналитических поверхностей. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 560 с.
6. *Shell-sem. narod.ru*
7. *Кривошапко С.Н., Мамиева И.А.* Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 328 с.
8. *Кривошапко С.Н.* Геометрия линейчатых поверхностей с ребром возврата и линейная теория расчета торсовых оболочек: Монография. – М.: Изд-во РУДН, 2009. – 357 с.
9. *Кривошапко С.Н.* Кафедра прочности материалов и конструкций: История и перспективы развития (1961-2011). – М.: Изд-во РУДН, 2011. – 56 с.
10. “Marquis Who’s Who in the World”, 24<sup>th</sup> Edition, 2007 (USA).
11. Профессора, доктора наук и видные ученые Российского университета дружбы народов: Биографический словарь. – М.: Изд-во РУДН, 2010. – С. 326.

## ПРОГРАММА

### Наименование дисциплины: **АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ В АРХИТЕКТУРЕ ЗДАНИЙ, КОНСТРУКЦИЙ И ИЗДЕЛИЙ** (по выбору)

**Рекомендуется для направления (ий) подготовки (специальности (ей))**  
для направления 27800.62 «Строительство»

Специализация:

**«Архитектура, геометрия и расчет большепролетных пространственных структур»**

Квалификация (степень) выпускника: магистр техники и технологии

#### **1. Цели и задачи дисциплины:**

Тонкостенные конструкции типа оболочек составляют весьма обширный класс. Формы объектов, которые могут быть причислены к этому классу, чрезвычайно разнообразны, точно так же, как велико и число областей техники и строительства, в которых они встречаются. Наряду со сложностью форм и воздействий к тонкостенным конструкциям предъявляются жесткие требования в отношении надежности и одновременно легкости.

Проблема использования аналитических поверхностей в архитектуре зданий, конструкций и изделий неоднократно привлекала внимание крупных архитекторов и ученых-механиков. Были изданы несколько монографий и справочников по этому вопросу. Однако в большинстве этих книг особое внимание уделялось геометрическим параметрам описываемых тонкостенных конструкций и оболочек (толщина, габаритные размеры, опорные конструкции) и их функциональному назначению, характеристике же поверхностей очертания оболочек и конструкций посвящалось практически несколько слов. Мало внимания уделялось и описанию методов расчета представленных в книгах оболочек и конструкций на прочность, устойчивость и динамику, анализу взаимосвязи между формой сооружения и его прочностью. Много интересных предложений по расчету оболочек, очерченных по аналитическим поверхностям, на прочность, устойчивость и динамику разбросаны в журналах, сборниках трудов и материалах конференций и не цитировались в упомянутых выше книгах.

В настоящем курсе «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» излагаются основные достижения современной науки в области геометрии срединных поверхностей оболочек, показывается связь формы оболочки и ее прочности, приводятся практически все известные на сегодняшний день сведения о методах расчета и проектирования оболочек, очерченных по поверхностям, относящимся к наиболее распространенным классам, дается информация о наиболее известных построенных сооружениях, конструкциях и изделиях в форме рассматриваемых поверхностей.

Цель дисциплины – показать взаимосвязь между формой сооружения, его прочностью и эргономичностью.

К задачам дисциплины можно отнести подготовку новой генерации молодых архитекторов и инженеров-строителей, которые раскроют новые возможности тонкостенных структур в связи с появлением новых материалов и программных комплексов для расчета, новых форм в архитектуре пространственных конструкций.

## **2. Место дисциплины в структуре ООП:**

Дисциплина «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» относится к дисциплинам по выбору вариативной части общенаучного цикла. Курс «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» базируется на дисциплинах: дифференциальная геометрия, сопротивление материалов, строительная механика, линейная теория тонких оболочек. Желательно совместное изучение дисциплин «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» и «Формообразование оболочек в архитектуре». Студент должен быть подготовлен к изучению особенности работы тонкостенных пространственных строительных конструкций. Курс «Аналитические по-

верхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» будет полезен студенту, имеющему базовое образование (бакалавриат) как по направлению «Строительство», так и по направлению «Архитектура».

### **3. Требования к результатам освоения дисциплины:**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Процесс изучения дисциплины направлен на развитие и формирование общекультурных и профессиональных компетенций:

- готовностью к принятию ответственности за свои решения в рамках профессиональной компетенции, способностью принимать нестандартные решения, разрешать проблемные ситуации (ОК-5);

- способностью проявлять инициативу, в том числе в ситуациях риска, брать на себя всю полноту ответственности (ОК-8);

- способностью самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение (ПК-3);

- способностью использовать углубленные знания правовых и этических норм при оценке последствий своей профессиональной деятельности, при разработке и осуществления социально значимых проектов (ПК-4)

- способностью демонстрировать навыки работы в научном коллективе, способность порождать новые идеи (креативность) (ПК-5);

- способностью ориентироваться в постановке задачи и определять, каким образом следует искать средства ее решения (ПК-7),

- способностью и готовностью проводить научные эксперименты, оценивать результаты исследований (ПК-9);

- способностью анализировать, синтезировать и критически резюмировать информацию (ПК-10);

- способностью проводить изыскания по оценке состояния природных и природно-техногенных объектов, определению исходных данных для проектирования объектов, патентные исследования, готовить задания на проектирование (ПК-13);

- владением методами инновационного потенциала (ПК-14);

- обладанием знаниями методов проектирования инженерных сооружений, их конструктивных элементов, включая методики инженерных расчетов систем, объектов и сооружений (ПК-15);

- способностью разрабатывать физические и математические модели явлений и объектов, относящихся к профилю деятельности (ПК-19);

- способностью организовать работу коллектива исполнителей, принимать исполнительные решения, определять порядок выполнения работ (ПК-27).

В результате изучения дисциплины студент должен:

***Знать:***

ключевые понятия, определения и принципы, принимаемые в курсе «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий»;

формы задания аналитических поверхностей;

о существовании математической, технической, физически линейной и физически нелинейной, геометрически линейной и геометрически нелинейной теорий расчета тонких оболочек;

основы классической теории тонких оболочек, включая расчет оболочек по безмоментной теории, расчет пологих оболочек, расчет осесимметричных оболочек вращения в линиях кривизн,

о существовании численных методов расчета оболочек (метод конечных элементов, вариационно-разностный метод и др.), их достоинствах и недостатках;

о достижениях современной архитектуры в области проектирования и строительства большепролетных пространственных структур;

примеры реальных сооружений, конструкций и изделий, очерченных по разнообразным аналитическим поверхностям;

требования эргономики к проектируемым большепролетным сооружениям,

существующие нормы проектирования большепролетных сооружений;

в рамках профессиональной компетенции имена наиболее известных архитекторов, инженеров и ученых-механиков, внесших значительный вклад в проектирование и возведение уникальных пространственных сооружений, ставших прототипами для целого ряда последующих объектов.

***Уметь:***

находить необходимую научную и техническую литературу по курсу «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий»;

проводить классификацию тонкостенных оболочек, очерченных по аналитическим поверхностям, в зависимости от значений гауссовой и средней кривизн их срединных поверхностей, по методу их построения или по методу их формирования, по материалу оболочек, по способу возведения и т.д.;

видеть аналитические поверхности в конструкциях машин различного назначения, в формах сооружений, предложенных архитекторами, аппроксимировать сложные поверхности более простыми – аналитическими;

изготавливать масштабные модели проектируемых большепролетных сооружений и конструкций;

выбирать рациональную форму оболочки из нескольких предложенных вариантов, опираясь на знание картины распределения внутренних

силовых факторов, технологические и эргономические требования к сооружению;

предусматривать последующие этапы в реализации предложенных объемных решений задач, как то доступность осмотра узлов, стыков и соединений элементов конструкций, применение подъемных машин и механизмов для возведения объектов, стремиться к сокращению эксплуатационных расходов для поддержания сооружения в рабочем состоянии;

пользоваться базами данных, информационно-справочными и поисковыми системами для поиска необходимой информации по геометрии, расчету и применению большепролетных пространственных структур.

**Владеть:**

способами задания срединной поверхности оболочки;

информацией по расчету тонких оболочек на прочность, устойчивость и динамику;

представлением, что будет иметь специалист в запасе, взявшись за исследование или проектирование объекта в форме выбранной поверхности;

пространственным воображением для создания виртуального геометрического объемного образа сооружения,

методами раскроя или паркетирования аналитической поверхности.

**4. Объем дисциплины и виды учебной работы**

Общая трудоемкость дисциплины составляет \_\_\_\_1\_\_\_\_ зачетную единицу.

Вид учебной работы	Всего часов	3-й семестр
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	36	36
В том числе:	-	
Лекции	18	18
<i>В конце каждой лекции (20 мин) проводится интерактивное обсуждение лекционного материала</i>	(4)	(4)
Практические занятия (ПЗ)	18	18
Семинары (С)	0	0
Лабораторные работы (ЛР)	0	0
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	20	20
В том числе:	-	-
Курсовой проект (работа)		
Расчетно-графические работы		
Реферат	6	6
<i>Домашнее задание</i>		
Вид промежуточной аттестации ( <u>зачет</u> , экзамен)		зачет
Общая трудоемкость час	56	56
зач. ед.	1	1

## 5. Содержание дисциплины

### 5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
	<i>3-й семестр</i>	
1	<b>Классификация поверхностей и основы формообразования</b>	Глобальная классификация поверхностей. Классификация линейчатых, циклических и кинематических поверхностей. Поверхности второго порядка. Оптимизация геометрической формы поверхностей по наперед заданным критериям.
2	<b>Сфера</b>	Формы задания сферической поверхности. Примеры использования формы сферической поверхности.
3	<b>Эллиптический параболоид</b>	Способы образования и задания поверхности. Оптимизация геометрических размеров срединной поверхности оболочек. Аналитические и численные методы определения НДС оболочек. Экспериментальные методы исследования НДС. Проблемы устойчивости. Примеры возведенных и проектируемых оболочек в форме эллиптических параболоидов.
4	<b>Торсовые оболочки</b>	Геометрия линейчатых поверхностей с ребром возврата. Существующие методы определения НДС по линейной теории расчета торсовых оболочек. Области применения тонкостенных торсовых конструкций и сооружений.
5	<b>Параболоид вращения</b>	Способы образования и задания поверхности. Оптимизация геометрических размеров срединной поверхности оболочек. Аналитические и численные методы определения НДС оболочек. Экспериментальные методы исследования НДС. Проблемы устойчивости. Температурные воздействия. Примеры возведенных и проектируемых оболочек в форме па-

		раболоидов вращения.
6	<b>Гиперболический параболоид</b>	Способы образования и задания гиперболического параболоида. Сооружения в форме гиперболического параболоида. Аналитические, численные и экспериментальные методы изучения напряженно-деформированного состояния и свободных колебаний оболочек в форме гиперболических параболоидов.
7	<b>Эллипсоид вращения</b>	Трехосные эллипсоиды. Эллипсоиды вращения. Примеры сооружений в форме эллипсоидов. Применяемые материалы для возведения оболочек в форме эллипсоидов вращения. Теоретические и экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния эллипсоидальных оболочек. Об устойчивости эллипсоидальных оболочек. Торосферические оболочки.
8	<b>Каплевидные поверхности</b>	Каплевидные резервуары. Водонапорные башни. Использование формы капли в проектируемых сооружениях. Всплывающая пневмострелка. «Дома-капли».
9	<b>Оболочки в форме однополостного гиперболоида вращения</b>	Способы задания и формообразование поверхности. Примеры сооружений в форме однополостных гиперболоидов вращения: отечественный опыт строительства, зарубежное строительство. Конструктивные решения башенных градирен. Экспериментальные исследования гиперболических оболочек вращения. Теоретические исследования гиперболических оболочек вращения. Собственные и вынужденные колебания. Литература по расчету на сейсмические воздействия.
10	<b>Стержневые пространственные структуры в форме аналитических поверхностей</b>	Стержневые пространственные структуры в форме аналитических поверхностей: однополостного гиперболоида вращения, торсовых, циклических, коноидальных поверхностей и поверхностей вращения.

11	<b>Коноиды</b>	Виды и формы задания коноидов. Существующие статические и динамические методы расчета коноидальных оболочек. Примеры использования коноидальной поверхности.
12	<b>Пространственные составные конструкции</b>	Классификация составных оболочек. Области применения составных сборных железобетонных оболочек. Способы расчленения оболочек вращения на сборные элементы. Полигональные оболочки. Складчатые покрытия.
13	<b>Циклические поверхности и их применение в конструкциях</b>	Терминология, геометрические исследования циклических поверхностей, применение их в реальных конструкциях и рекомендации для внедрения новых форм. Информация о статических и динамических расчетах на прочность тонкостенных циклических оболочек.
14	<b>Винтовые и винтообразные оболочки</b>	Классификация, терминология и геометрические исследования. Аппроксимация и изгибание винтовых поверхностей. Построение разверток и изгибание торсов-геликоидов. Винтообразные строительные конструкции. Строительные машины и механизмы. Использование формы винтовых поверхностей для конструирования лопастей в судо-, самолето- и других отраслях машиностроения. Определение напряженно-деформированного состояния геликоидальных оболочек аналитическими, численными и экспериментальными методами. Выводы и перспективы дальнейших исследований.
15	<b>Моделирование и формообразование оболочек</b>	Подготовка моделей пространственных структур для презентации. Модели, демонстрирующие способы формообразования срединных поверхностей оболочек. Осмотр моделей оболочек, подготовленных студентами для выставок.
16	<b>Зонтичные поверхности</b>	Зонтичный купол. Поверхности зонтич-



	<b>сти и поверхности зонтичного типа</b>	ного типа. Структурные пространственные конструкции из тождественных элементов. Зонтичные оболочки с древних времен до настоящего времени.
--	--	--

**5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами**

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10-16
1.	Дисциплины профессионального цикла и профильной направленности	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

**5.3. Разделы дисциплин и виды занятий**

№п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	СРС	Всего час.
	<i>3-й семестр</i>				
1	Классификация поверхностей и основы формообразования	2			2
2	Сфера		2		2
3	Эллиптический параболоид	2		2	4
4	Торсовые оболочки		2	2	4
5	Параболоид вращения	2		2	4
6	Гиперболический параболоид		2		2
7	Эллипсоид вращения	2		2	4
8	Каплевидные поверхности		2		2
9	Оболочки в форме однополостного гиперболоида вращения	2		2	4
10	Стержневые пространственные структуры в форме аналитических поверхностей.		2		2
11	Коноиды	2			2
12	Пространственные составные оболочки		2		2
13	Циклические поверхности и их применение в конструкциях	2	2	2	6
14	Винтовые и винтообразные оболочки	2		2	4
15	Моделирование и формообразование		4	6	10

	оболочек				
16	Зонтичные поверхности и поверхности зонтичного типа	2			2
	<i>Всего за 3-й семестр</i>	18	18	20	56

#### 6. Лабораторный практикум

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость (час.)
1	1-16	-	-

#### 7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ разд. дисциплин.	Тематика практических занятий	Трудоемкость (час.)
1	<b>1</b>		
2	<b>2</b>	Формы задания сферической поверхности. Примеры использования формы сферической поверхности.	2
3	<b>3</b>		
4	<b>4</b>	Краткие сведения о торсовых оболочках. Развертки торсовых поверхностей. Изгибание плоской пластины в торсовую оболочку с двумя заданными противоположными жесткими кромками и формирование оболочки одинакового ската.	2
5	<b>5</b>		
6	<b>6</b>	Способы образования и задания гиперболического параболоида. Сооружения в форме гиперболического параболоида.	2
7	<b>7</b>		
8	<b>8</b>	Каплевидные резервуары. Водонапорные башни. Использование формы капли в проектируемых сооружениях. Всплывающая пневмострелка. «Дома-капли».	2
9	<b>9</b>		
10	<b>10</b>	Стержневые пространственные структуры в форме аналитических поверхностей: однополостного гиперболического параболоида вращения, торсовых, циклических, коноидальных поверхностей и поверхностей вращения.	2
11	<b>11</b>		

12	<b>12</b>	Классификация составных оболочек. Области применения составных сборных железобетонных оболочек. Способы расчленения оболочек вращения на сборные элементы. Полигональные оболочки. Складчатые покрытия.	2
13	<b>13</b>	Классификация циклических поверхностей. Описание некоторых циклических поверхностей, применение их в реальных конструкциях и рекомендации для внедрения новых форм.	2
14	<b>14</b>		
15	<b>15</b>	Подготовка моделей пространственных структур для презентации. Модели, демонстрирующие способы формообразования срединных поверхностей оболочек. Осмотр моделей оболочек, подготовленных студентами для выставок. Заслушивание и обсуждение рефератов по теме «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий».	4
16	<b>16</b>		
	<b>Всего:</b>		<b>18</b>

## 8. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

1. Обзорный реферат «Аналитические поверхности (заданные) в архитектуре зданий, конструкций и изделий»

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

### а) основная литература:

1. *Кривошапко С.Н., Мамиева И.А.* Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 328 с.
2. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Энциклопедия аналитических поверхностей. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 560 с.

3. *Кривошапко С.Н.* Геометрия линейчатых поверхностей с ребром возврата и линейная теория расчета торсовых оболочек: Монография. – М.: Изд-во РУДН, 2009. – 357 с.

4. *Кривошапко С.Н., Мамиева И.А.* Стержневые системы в форме однополостного гиперboloида вращения// Монтажные и специальные работы в строительстве. – 2011. – № 11. – С. 19-23.

5. *Гринько Е.А.* Обзорные работы по геометрии, прочности, устойчивости, динамике и применению оболочек со срединными поверхностями различных классов// Монтажные и специальные работы в строительстве. – 2012. – № 2. – С. 15-21.

6. *Дыховичный Ю.А., Жуковский Э.З.* Пространственные составные конструкции. – М.: «Высшая школа», 1989. – 288 с.

7. *Морозов А.П., Василенко О.В., МIRONKOV Б.А.* Пространственные конструкции общественных зданий. – Л.: «Стройиздат. Ленинградское отделение», 1977. – 168 с.

**б) дополнительная:**

1. *Иванов В.Н., Кривошапко С.Н.* Аналитические методы расчета оболочек неканонической формы. – М.: Изд-во РУДН, 2010. – 542 с.

2. *Maan H. Jawad.* Design of Plate and Shell Structures.–NY: ASME PRESS, 2004.–476 p.

3. *Рекач В.Г.* Статический расчет тонкостенных пространственных конструкций. – М.: Стройиздат, 1975. – 256 с.

4. *Кривошапко С.Н.* Исследование торсовых оболочек, получаемых изгибанием тонких плоских заготовок// Монтажные и специальные работы в строительстве. – 2003. – № 9. – С. 22-24.

5. *Krivoshapko S.N.* Research on general and axisymmetric ellipsoidal shells used as domes, pressure vessels, and tanks// Applied Mechanics Reviews (ASME). – November 2007. – Vol. 60, № 6. – P. 336-355.

6. *Кривошапко С.Н., Алборова Л.А.* Формообразование оболочек в архитектуре: Учебное пособие – М.: Изд-во РУДН, 2008. – 48 с.

7. *Krivoshapko S.N., Christian A. Bock Hyeng.* Geometrical research of rare types of cyclic surfaces// International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences. – 2012. – Vol. 12. – Iss. 3. – P. 346-359.

8. *Кривошапко С.Н., Мамиева И.А.* Выдающиеся пространственные сооружения последних 20 лет// Монтажные и специальные работы в строительстве. – 2012. – № 12. – С. 8-14.

9. *Кривошапко С.Н.* О возможностях оболочечных сооружений в современной архитектуре и строительстве// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2013. – № 1. – С. 51-56.

10. *Schober Hans, Justiz Stefan, and Tamai Hiroki.* Speed and grace// Civil Engineering. – 2011. – February. – P. 54-59.

11. *Reid R.L.* Cincinnati's tallest tower crowned by "Tiara"// Civil Engineering. – 2011. – March. – P. 26-28.

**в) программное обеспечение:**

MathCad, Лира-9,

**г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:**

1. Интернет-библиотека РУДН.

2. Обзорные статьи по геометрии, архитектуре и расчету оболочек, очерченных по неканоническим поверхностям, опубликованные за последние 5 лет.

3. *Eric W. Weisstein* "A Wolfram Web Resource",  
<http://mathworld.wolfram.com>.

4. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Энциклопедия аналитических поверхностей. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 560 с.

5. Бально-рейтинговая система оценки знаний студентов, выставленная на личной странице преподавателя.

**10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

- Аудитория для чтения лекций, оборудованная техническими средствами обучения

- Компьютерный класс для построения поверхностей в интерактивной форме и проведения всех видов контрольных мероприятий, тестирования остаточных знаний,

- Лаборатория «Сопротивление материалов», оборудованная всеми необходимыми, средствами и оборудованием для проведения экспериментальных работ,

- Набор гипсовых демонстрационных моделей аналитических поверхностей различных классов для визуализации формообразования поверхностей.

**11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:**

Лекции читаются в аудиториях, оборудованными техническими средствами обучения. Контрольные мероприятия состоят из одной контрольной работы на 30 минут и из компьютерного тестирования в конце семестра. Проводится защита обзорного реферата «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» на заданную тему.

Контроль знаний ведется в рамках двух модулей.

Содержание модулей:

2-й курс, 3-й семестр:

Модуль 1 включает в себя КР № 1; компьютерное тестирование;

Модуль 2 включает в себя защиту реферата на заданную тему.

Студенту рекомендуется:

1. Найти соответствующий учебный материал по данному разделу в рамках самостоятельной работы студента, изучить демонстрационные пособия и модели, проработать раздел совместно с конспектом лекций.

2. Выделить наиболее трудные для понимания вопросы раздела и закрепить теоретические сведения иллюстрационными материалами, содержащимися в рекомендованной литературе.

3. Сформулировать вопросы для совместного решения их на консультации с преподавателем.

4. После защиты обзорного реферата «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий» на заданную тему оформить его в виде пояснительной записки с пояснительными расчетами, фотографиями, схемами и титульным листом.

5. Вести самостоятельно подсчет баллов по бально-рейтинговой системе, принятой на кафедре (max 100 баллов) и два раза в семестр сверять свои данные с данными, выставленными преподавателями в интернет-таблице.

**Разработчик:**

**Заведующий кафедрой**

Прочности материалов и конструкций, д.т.н., проф. Кривошапко С. Н.

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ  
В АРХИТЕКТУРЕ  
ЗДАНИЙ, КОНСТРУКЦИЙ И ИЗДЕЛИЙ**

**Конспект лекций**





## Лекция 1

### КЛАССИФИКАЦИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ОСНОВЫ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ

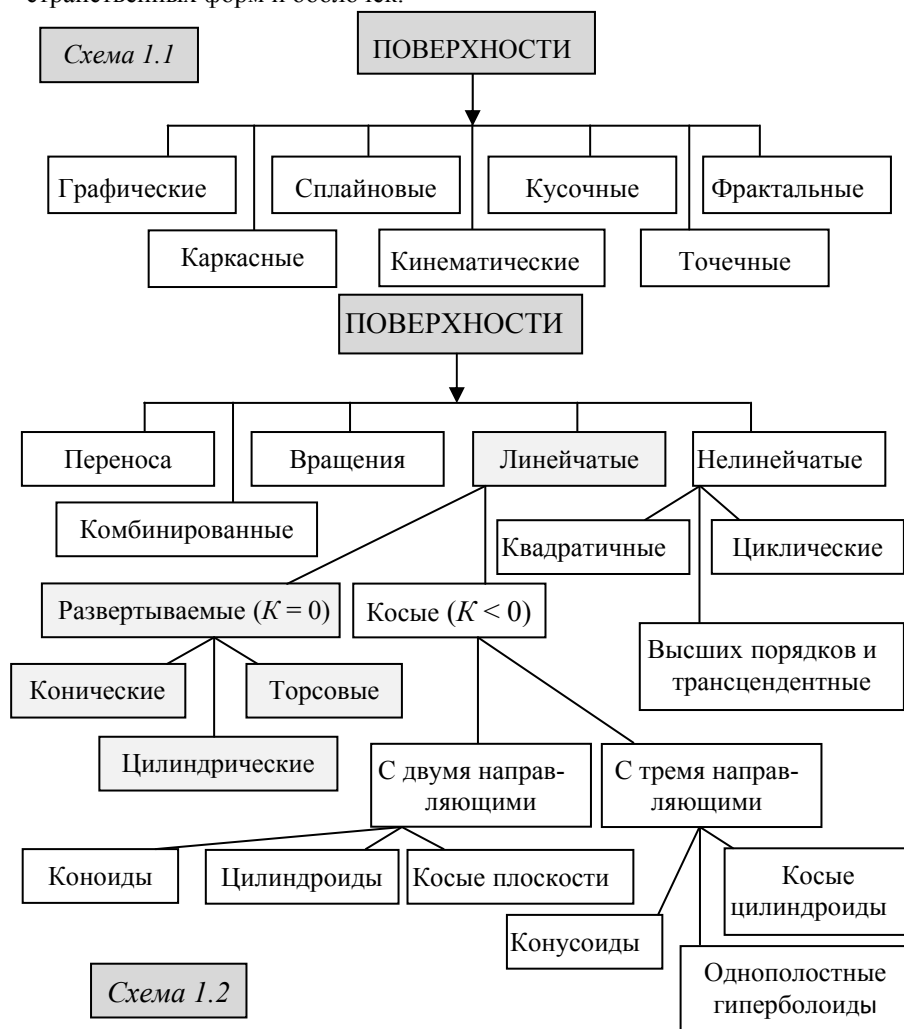
Проблема использования аналитических поверхностей в архитектуре зданий, конструкций и изделий неоднократно привлекала внимание крупных архитекторов и ученых-механиков. Были изданы несколько монографий и справочников по этому вопросу. Однако в большинстве этих книг особое внимание уделялось геометрическим параметрам описываемых тонкостенных конструкций и оболочек (толщина, габаритные размеры, опорные конструкции) и их функциональному назначению, характеристике же поверхностей очертания оболочек и конструкций посвящалось практически несколько слов. Мало внимания уделялось и описанию методов расчета представленных в книгах оболочек и конструкций на прочность, устойчивость и динамику. В представленном конспекте лекций все эти вопросы будут затронуты, но основную часть материалов по теме дисциплины необходимо изучить самостоятельно, используя учебное пособие Кривошапко С.Н., Мамиевой И.А. «Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий», М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012, 360 с. [1]. Это делается для того, чтобы будущий специалист имел представление, что он будет иметь в запасе, взявшись за исследование или проектирование объекта в форме выбранной поверхности.

Большепролетные оболочки потеряли свою популярность по сравнению с пиком их строительства в 1950-1960 годах, когда архитекторы страстно пропагандировали их в качестве нового средства для выражения своего времени. Однако, сейчас появляется генерация молодых архитекторов и инженеров, которые проявляют интерес к проектированию большепролетных пространственных покрытий. Этот процесс усиливается появлением новых материалов, таких как фибробетон и волокнистые армированные полимерные композиты, которые могут быть использованы в оболочках. Сейчас эти материалы – очень дороги для применения их в оболочках, но со временем это может измениться. Второй причиной возвращения интереса к оболочкам является появление новых форм в архитектуре пространственных конструкций, предлагаемых для внедрения в практику. Знаменитый архитектор и инженер Э. Торроха говорит: «Лучшим сооружением является то, надежность которого обеспечивается главным образом за счет его формы, а не за счет прочности его материала. Последнее достигается просто, тогда как первое, наоборот, с большим трудом. В этом заключается прелесть поисков и удовлетворение от открытий».

#### Классификация поверхностей

Геометры неоднократно пытались разработать глобальную классификацию поверхностей. Бесспорно, легче всего поверхности разделить на поверхности отрицательной, нулевой и положительной гауссовых кривизн.

Имеется несколько других классификаций тонкостенных пространственных форм и оболочек. Например, большепролетные общественные здания по назначению предлагается подразделять на 8 групп, кроме того существует классификация по виду работы покрытия (жесткие и мембранные оболочки), по используемому материалу (железобетонные, стальные, композитные и др.), по способу монтажа (сборные и монолитные), по конструктивным признакам (составные тонкостенные оболочки и оболочки, очерченные по единой поверхности), по форме (купол, свод, крестовые оболочки и т.д.). Встречаются и другие классификации тонкостенных пространственных форм и оболочек.



В автореферате М.С. Беляковой [2] утверждается, что с точки зрения конструкторско - технологического проектирования поверхности лучше классифицировать по методу их построения (схема 1) или по методу их формирования (схема 2).

В энциклопедии [3] предложено разделить все поверхности, которые можно воспроизвести методами начертательной геометрии или компьютерной графики на 38 классов: 1) линейчатые поверхности, 2) поверхности вращения, 3) поверхности переноса, 4) резные поверхности, 5) поверхности конгруэнтных сечений, 6) непрерывно-топографические и топографические поверхности, 7) винтовые поверхности, 8) спиральные поверхности, 9) спиралевидные поверхности, 10) винтообразные поверхности, 11) поверхности Блютеля, 12) поверхности Веронезе, 13) поверхности Цицейки, 14) поверхности Петерсона, 15) Поверхности Безье, 16) квазиэллипсоидные поверхности, 17) циклические поверхности, 18) односторонние поверхности, 19) минимальные поверхности, 20) аффинно-минимальные поверхности, 21) поверхности со сферической направляющей, 22) поверхности Вейнгартена, 23) поверхности постоянной гауссовой кривизны, 24) поверхности постоянной средней кривизны, 25) волнообразные, волнистые, гофрированные и рифленые поверхности, 26) поверхности зонтичного типа, 27) специальные профили цилиндрических изделий, 28) поверхности Бонне, 29) поверхности Эдлингера, 30) поверхности Кунса, 31) гармонические поверхности, 32) поверхности Иоахимсталя, 33) седловые поверхности, 34) кинематические поверхности общего вида, 35) поверхности второго порядка, 36) алгебраические поверхности выше второго порядка, 37) квазимногогранники, 38) эквидистанты двойных систем.

Некоторые классы поверхностей можно было бы распределить по другим классам, тем самым уменьшив общее число классов, но при составлении классификации были учтены устоявшиеся названия некоторых классов. Например, поверхности вращения могли бы быть включены в класс циклических поверхностей или в класс топографических поверхностей, но они оставлены в виде отдельного класса. Поверхности второго порядка легко распределяются по другим классам, но во всех справочниках и учебниках они выделены в отдельную группу.

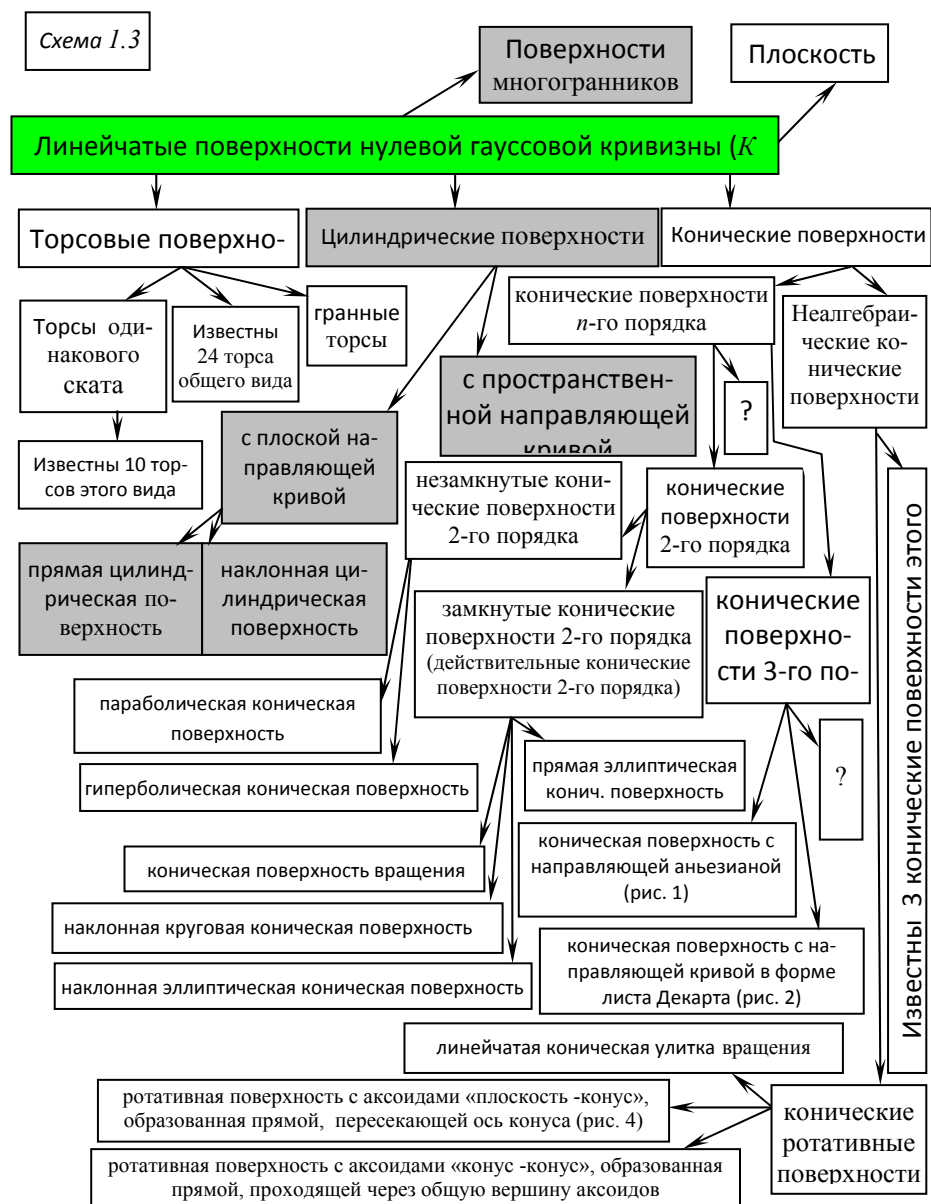
### **Классификация линейчатых поверхностей**

Приведем расширенную классификацию всех известных на настоящее время линейчатых поверхностей.

Поверхность, описанная непрерывным движением прямой линии, называется *линейчатой*. Поверхность называется *элементарной линейчатой поверхностью*, если через каждую точку  $P$  этой поверхности проходит прямая, которая имеет с поверхностью общий отрезок, содержащий точку  $P$ , причем концы этого отрезка могут не принадлежать поверхности. Прямые, принадлежащие линейчатой поверхности, называются *прямолиней-*

ными образующими. Кривая, пересекающая все прямолинейные образующие поверхности, называется *направляющей кривой*.

Векторное уравнение линейчатой поверхности, можно представить в



форме:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = \mathbf{a}(v) + u\mathbf{b}(v), \quad (1)$$

где  $\mathbf{a}(v)$  – радиус-вектор направляющей кривой,  $\mathbf{b}(v)$  – направляющий вектор прямолинейной образующей.

Линейчатые поверхности могут быть поверхностями только нулевой или отрицательной гауссовой кривизны. Линейчатой поверхности с положительной гауссовой кривизной не существует.

Классификация линейчатых поверхностей нулевой гауссовой кривизны (развертывающиеся поверхности) представлена на схеме 3.

На схеме 3 отмечено, что известны только 2 вида конических поверхностей 3-го порядка. Рассмотрим их более подробно.

На рис. 1 изображена коническая поверхность с направляющей кривой в форме аньезианы

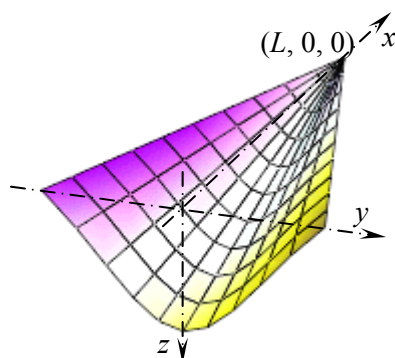


Рис. 1

$$z = \frac{2B^2T}{4y^2 + B^2} - T,$$

где  $-B/2 \leq y \leq B/2$ ,  $0 \leq z \leq T$ . Поверхность образуется движением прямой, проходящей через вершину поверхности  $(L; 0; 0)$ , и пересекающей заданную направляющую аньезиану. Направляющая кривая лежит в координатной плоскости  $x = 0$ .

Явная форма задания этой поверхности имеет вид:

$$z = \frac{2B^2T(L-x)^3}{L[4y^2L^2 + B^2(L-x)^2]} - \frac{T(L-x)}{L},$$

где  $L$  – высота конической поверхности. Из представленной формулы очевидно, что коническая поверхность с направляющей аньезианой является алгебраической поверхностью 3-го порядка.

Алгебраическая поверхность 3-го порядка, образованная прямыми линиями, проходящими через точку  $A$  с координатами  $(L, 0, \sqrt{3}T/3)$  и направляющую кривую в форме листа Декарта

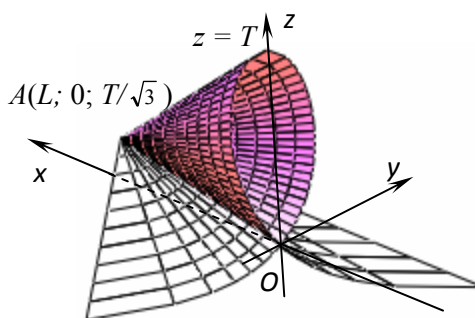


Рис. 2

$$y = \pm 2,5426 \frac{B}{T} z \sqrt{\frac{3(T-z)}{T+3z}},$$

называется *конической поверхностью с направляющей кривой в форме листа Декарта* (рис. 2). Явная форма задания этой поверхности записывается в виде:

$$y = \pm 2,5426 \frac{B}{T} \frac{(Lz - \sqrt{3}xT/3)}{L} \sqrt{\frac{3(TL - Tx - Lz + \sqrt{3}xT/3)}{(TL - xT + 3Lz - \sqrt{3}xT)}},$$

где  $L$  – длина перпендикуляра, опущенного из вершины конуса на плоскость  $yOz$ ;  $0 \leq x \leq L$ ;  $y_{\max} = B$  при  $z = T/\sqrt{3}$ .

Неалгебраические конические поверхности в литературе представлены тремя поверхностями. К ним относится *эвольвентная коническая поверхность* (рис. 3), которая имеет в качестве направляющей кривой *эвольвенту окружности*

$$x = a(\cos t + t \sin t), \quad y = a(\sin t - t \cos t),$$

где  $t$  – угол, отсчитываемый от оси  $Ox$  в сторону оси  $Oy$  (рис. 4);  $0 \leq t < \infty$ . Эвольвентную коническую поверхность можно задать в виде:

$$x = x(t, z) = \frac{x_0 - a(\cos t + t \sin t)}{z_0} z + a(\cos t + t \sin t),$$

$$y = y(t, z) = \frac{y_0 - a(\sin t - t \cos t)}{z_0} z + a(\sin t - t \cos t), \quad z = z,$$

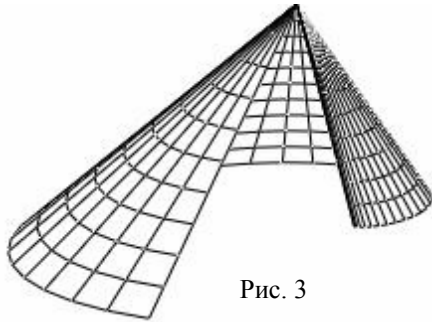


Рис. 3

где  $x_0, y_0, z_0$  – координаты вершины конической поверхности.

Эвольвентная коническая поверхность ограничивает боковую поверхность зубьев конических зубчатых колес с прямыми зубьями.

На схеме 3 конические *ротативные поверхности* выделены в отдельную группу. *Ротативная поверхность* образовывается произвольной пространственной кривой в случае

качения без скольжения подвижного торса, с которым жестко связана производящая кривая, по неподвижному торсу. В этом случае говорят, что производящая кривая совершает ротативное движение.

*Ротативная поверхность с аксоидами «плоскость – конус»*, образованная прямой, проходящей через вершину подвижного конуса, является конической поверхностью.

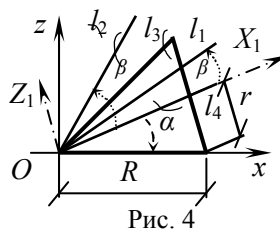


Рис. 4

Возможны четыре варианта расположения образующей прямой, проходящей через вершину конуса  $O$ :  $\beta < \alpha$  (прямая  $l_1$  на рис. 4);  $\beta > \alpha$  (прямая  $l_2$  на рис. 4);  $\beta = \alpha$  (прямая  $l_3$  на рис. 4) и  $\beta = 0$  (прямая  $l_4$  на рис. 4). Введены обозначения:  $\alpha$  – угол между осью кругового конуса и его прямыми образующими;  $\beta$  – угол между осью конуса и образующей прямой  $l_i$ .

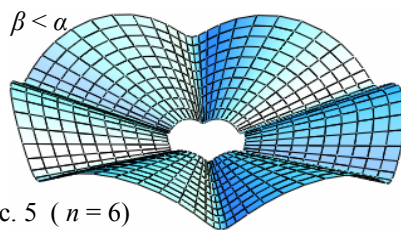


Рис. 5 ( $n = 6$ )

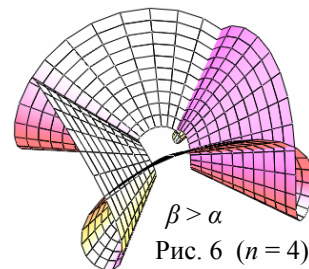


Рис. 6 ( $n = 4$ )

На рис. 5 показана ротативная поверхность при  $\beta < \alpha$ , а на рис. 6 – при  $\beta > \alpha$ . Все остальные линейчатые поверхности нулевой гауссовой кривизны рассмотрены в энциклопедии [3].

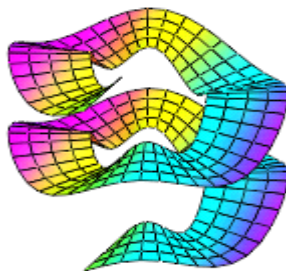
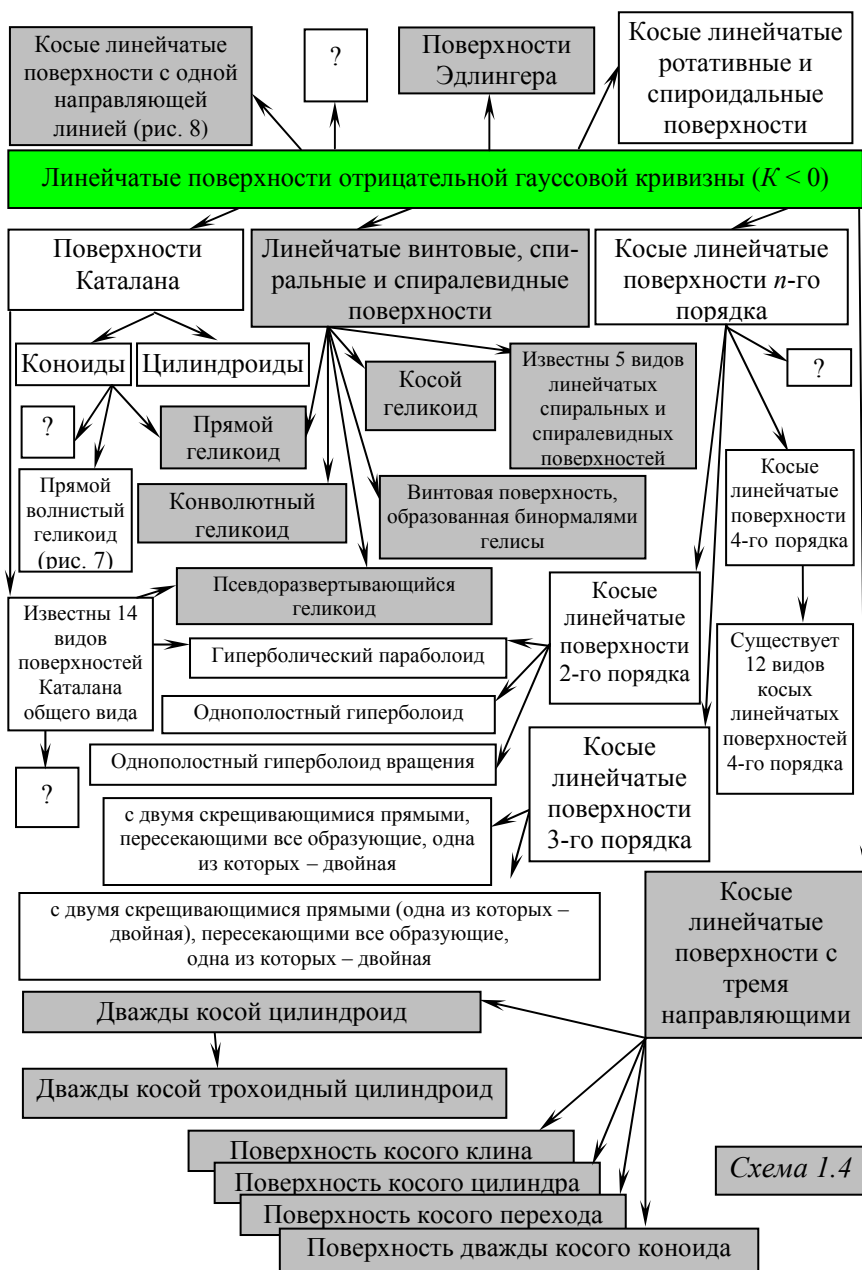


Рис. 7

Перейдем к рассмотрению некоторых линейчатых поверхностей отрицательной гауссовой кривизны (схема 4). Коноиды, гиперболические параболоиды, однополостные гиперболоиды вращения и линейчатые геликоиды будут рассматриваться в соответствующих лекциях. Согласно схеме 4 в группу «Коноиды» входит прямой волнистый геликоид (рис. 7). Прямой волнистым геликоидом называется линейчатая поверхность, описываемая прямой, которая пересекает ось геликоида под прямым углом, вращается с постоянной угловой скоростью вокруг этой оси и одновременно перемещается поступательно вдоль этой же оси, проходя одновременно через волнистую линию

$X = X(u) = R \cos u$ ,  $Y = Y(u) = R \sin u$ ,  $Z = Z(u) = bu + a \sin pu$ ,  
лежащую на круговом цилиндре радиусом  $R$ ;  $2\pi b$  – шаг волнистой линии;  $u$  – угол, отсчитываемый от оси  $x$  в сторону оси  $y$ ;  $p = \text{const}$ ;  $a$  – амплитуда колебаний направляющей волнистой линии относительно базовой винтовой линии одинакового ската  $X_h = X_h(u) = R \cos u$ ,  $Y_h = Y_h(u) = R \sin u$ ,  $Z_h = Z_h(u) = bu$  на цилиндре радиусом  $R$ . Прямолинейные образующие прямого волнистого геликоида параллельны его плоскости параллелизма, которая перпендикулярна оси геликоида, поэтому прямой волнистый геликоид относится к семейству поверхностей Каталана. По способу построения эта линейчатая поверхность относится к группе коноидов.





Косые линейчатые поверхности с одной направляющей линией задаются векторным уравнением (1). Для задания поверхностей этого типа необходимо знать уравнение направляющей кривой и закон, определяющий направление прямолинейных образующих.

К этой группе поверхностей можно отнести, например, винтообразную закрученную полосу с прямыми образующими в плоскостях пучка.

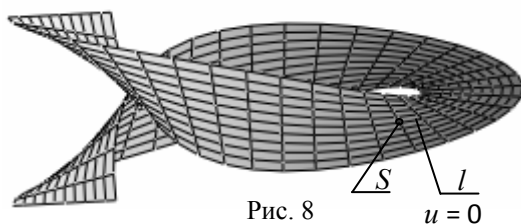


Рис. 8

Пусть имеется винтовая линия  $l$  и прямая, проходящая через две точки  $S$  и  $P$ , причем точка  $S$  расположена на винтовой линии  $l$ , а точка  $P$  – на винтовой оси. Линейчатая поверхность в форме винтообразной закрученной

полосы с прямыми образующими в плоскостях пучка образуется при движении точки  $S$  вместе с прямой образующей по винтовой линии  $l$  при одновременном вращении этой прямой образующей в плоскостях пучка, проходящих через винтовую ось гелисы  $l$  (рис. 8).

#### Классификация поверхностей вращения

Следующим классом поверхностей, откуда инженеры и архитекторы наиболее часто берут аналоги форм своих сооружений, конструкций и изделий, является класс *поверхностей вращения*. Каждый может создать огромное количество поверхностей вращения, выбирая ту или иную плоскую образующую кривую и вращая ее вокруг оси вращения. Из поверхностей вращения более подробно в соответствующих лекциях и на практических занятиях будут рассмотрены сферы, однополостные гиперболоиды вращения, эллипсоиды и параболоиды вращения, каплевидные формы, псевдосферические поверхности и катеноиды.

#### Поверхности второго порядка

Поверхности второго порядка (*квадрики*) определяются алгебраическими уравнениями второй степени относительно декартовых прямоугольных координат. Общее уравнение второй степени имеет вид:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0,$$

где  $a_{ik} = a_{ki}$ ;  $i, k = 1, 2, 3, 4$ . Это уравнение может и не определять действительного геометрического образа. В таких случаях говорят, что уравнение определяет *мнимую поверхность второго порядка*. В зависимости от значений коэффициентов общего уравнения оно может описывать 17 поверхностей:

#### Невырождающиеся нераспадающиеся поверхности

- 1) эллипсоид ( $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$ ),
- 2) мнимый эллипсоид ( $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = -1$ ),

3) однополостный гиперболоид ( $x^2/a^2 + y^2/b^2 - z^2/c^2 = 1$ )
4) двуполостный гиперболоид ( $-x^2/a^2 - y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$ ),
5) эллиптический параболоид ( $x^2/p + y^2/q = 2z$ ; $p, q > 0$ ),
6) гиперболический параболоид ( $x^2/p - y^2/q = 2z$ ; $p, q > 0$ ),
<b>Вырождающиеся нераспадающиеся поверхности</b>
Цилиндрические поверхности 2-го порядка:
7) эллиптический цилиндр ( $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ ),
8) мнимый эллиптический цилиндр ( $x^2/a^2 + y^2/b^2 = -1$ ),
9) гиперболический цилиндр ( $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ ),
10) параболический цилиндр ( $y^2 = 2px$ ).
Конические поверхности 2-го порядка:
11) Эллиптическая коническая поверхность ( $x^2/a^2 + y^2/b^2 - z^2/c^2 = 0$ ),
12) мнимая коническая поверхность ( $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 0$ ).
<b>Вырождающиеся распадающиеся поверхности</b>
13) пара пересекающихся плоскостей ( $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 0$ ),
14) пара мнимых пересекающихся плоскостей ( $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 0$ ),
15) пара параллельных плоскостей ( $x^2/a^2 = 1$ ),
16) пара мнимых параллельных плоскостей ( $x^2 + a^2 = 0$ ),
17) пара совпадающих плоскостей ( $x^2 = 0$ ).

*Особые точки* имеются у следующих поверхностей 2-го порядка:

- 1) коническая поверхность (единственная особая точка – ее вершина);
- 2) пара пересекающихся плоскостей (множество особых точек, лежащих на прямой пересечения этих плоскостей);
- 3) пара совпадающих плоскостей вся состоит из особых точек, каждая из них есть центр поверхности.

#### **Классификация кинематических поверхностей общего вида**

Производящая кривая *кинематической поверхности общего вида*, перемещаясь в каждое последующее положение, может сохранять определенный характер движения, но параметры перемещений, положения осей и направления бесконечно малых слагаемых перемещений производящей линии непрерывно изменяются.

Эти перемещения могут быть следующих видов:

- 1) поступательное перемещение переменного направления;
- 2) вращательное перемещение с непрерывно изменяющимися в пространстве положением и направлением оси вращения;
- 3) винтовое перемещение с непрерывно изменяющимся положением и направлением винтовой оси и непрерывно изменяющимся параметром винтового движения.

В зависимости от вида перемещений производящей кривой кинематические поверхности общего вида подразделяются на 1) поверхности переноса; 2) ротативные поверхности и 3) спироидальные поверхности.

*Поверхность переноса* может быть задана образующей линией в начальном положении и некоторой направляющей кривой, определяющей

направление переноса. Если одна из опорных линий прямая, то поверхность переноса имеет вид *цилиндра*. Если опорными линиями являются две скрещивающиеся прямые, то поверхность переноса вырождается в *плоскость*.

*Ротативная поверхность* образовывается произвольной пространственной кривой  $l$  в случае качения без скольжения подвижного тора, с которым жестко связана производящая кривая  $l$ , по неподвижному торсу. В этом случае говорят, что производящая кривая  $l$  совершает ротативное движение. *Ротативным движением* линии  $l$  называется такое движение, при котором бесконечно малые ее последовательные перемещения будут перемещениями вращения вокруг непрерывно изменяющейся оси.

Торсы), при помощи которых происходит движение производящей кривой линии, называются *подвижным* и *неподвижным аксоидами*. Плоскость, цилиндр, конус и прямая линия являются частными видами торса. Не любое сочетание аксоидов дает возможность осуществить ротативное движение. Торс может катиться без скольжения только по своему изгибанию. Существует десять возможных сочетаний неподвижного и подвижного аксоидов:

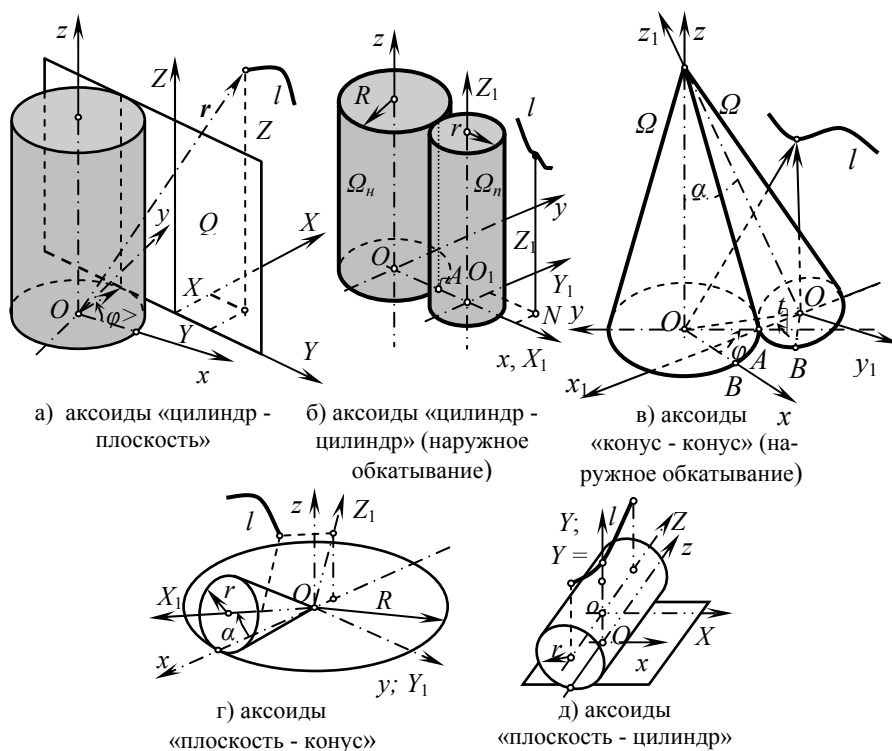


Рис. 9

1) прямая – плоскость; 2) плоскость – конус; 3) плоскость – цилиндр;  
4) плоскость – торс; 5) конус – плоскость; 6) конус – конус; 7) цилиндр –  
плоскость; 8) цилиндр – цилиндр; 9) торс – плоскость; 10) торс – торс.

В то же время конус и цилиндр, цилиндр и торс не могут составить пар аксоидов для ротативного движения. Некоторые возможные сочетания неподвижного и подвижного аксоидов представлены на рис. 9.

*Спироидальные поверхности* образуются образующей кривой, которая совершает винтовое перемещение с непрерывно изменяющимся положением и направлением винтовой оси и непрерывно изменяющимся *параметром винтового движения*. Спироидальная поверхность может быть задана двумя соприкасающимися по общей образующей неподвижным и подвижным аксоидами (торсами), и жестко связанной с подвижным аксоидом образующей линией  $l$  в начальном ее положении.

При спироидальном движении торс должен катиться со скольжением по своему изгибанию. Возможные 10 сочетаний неподвижного и подвижного аксоидов такие же как и при ротативном движении.

В каждом из сочетаний неподвижного и подвижного аксоидов возможно разделение поверхностей на подгруппы в зависимости от вида образующей кривой  $l$  и ее положения относительно подвижного аксоида.

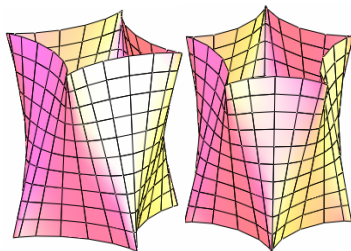


Рис. 10

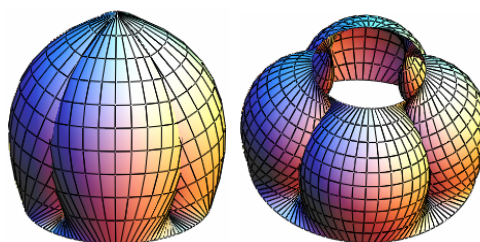


Рис. 11

Ротативные и спироидальные поверхности могут принимать привлекательные с точки зрения архитектора формы. Например, на рис. 10 представлена *ротативная поверхность с аксоидами «цилиндр - цилиндр»*, образованная *прямой, пересекающей ось подвижного цилиндра при внутреннем обкатывании*, а на рис. 11 – *ротативная поверхность с аксоидами «конус - конус»*, образованная *параболой при наружном обкатывании*.

## Лекция 2

### ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ ПАРАБОЛОИД

#### Способы образования и задания эллиптических параболоидов

*Эллиптический параболоид* – незамкнутая поверхность второго порядка.

В явном виде поверхность эллиптического параболоида задается уравнением:

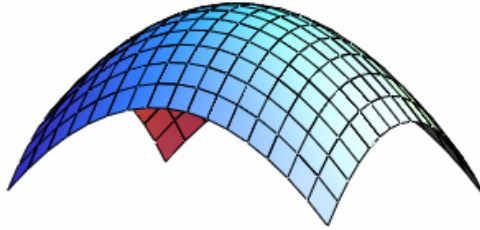


Рис. 1

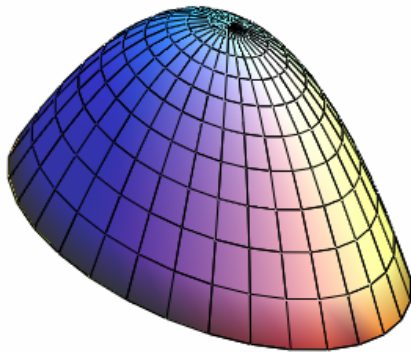


Рис. 2

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z, \quad (1)$$

где  $p, q > 0$  (каноническое уравнение), рис. 1. Если принять  $p = q$ , то эллиптический параболоид вырождается в *параболоид вращения*.

Плоскость  $z = h < 0$  не пересекает эллиптический параболоид, плоскость  $z = h = 0$  имеет с параболоидом одну общую точку. Плоскость  $z = h > 0$  пересекает параболоид по эллипсу с полуосями  $\sqrt{2hp}$  и  $\sqrt{2hq}$ . Все эллипсы подобны между собой, они имеют одно и то же отношение полуосей  $\sqrt{q/p}$ . Плоскость  $y = c$  пересекает параболоид по параболе с фокальным параметром  $p$ , с вершиной в точке  $(0, c, c^2/(2q))$ . Плоскость  $x = b$  пересе-

кает параболоид по параболе с фокальным параметром  $q$ , с вершиной в точке  $(b, 0, b^2/(2p))$ . Сечения эллиптического параболоида плоскостями  $y = 0$  и  $x = 0$  есть соответственно *главные параболы*  $x^2 = 2pz$ ,  $y = 0$  и  $y^2 = 2qz$ ,  $x = 0$  параболоида.

Эллиптический параболоид не содержит ни одной прямой.

Эллиптический параболоид может быть задан также уравнением:

$$z = h - \frac{h}{2} \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right), \quad (2)$$

где  $h$  – стрела подъема поверхности. Плоскость  $z = 0$  пересекает эллиптический параболоид по эллипсу с полуосями  $\sqrt{2a}$  и  $\sqrt{2b}$ .

Каноническое уравнение поверхности (1) можно преобразовать в параметрические уравнения (рис. 1):

$$x = x, \quad y = y, \quad z = z(x, y) = x^2/(2p) + y^2/(2q). \quad (3)$$

Эти параметрические уравнения показывают, что эллиптический параболоид – *поверхность прямого переноса*, то есть образовывается движением одной главной параболы по другой. Если направляющая и образующая

параболы имеют одинаковые фокусные расстояния, то есть при  $p = q$ , то будет получаться параболоид вращения.

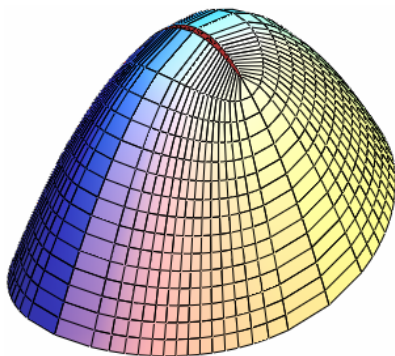


Рис. 3

Параметрические уравнения эллиптического параболоида в линиях кривизн  $u$  и  $v$  имеют вид (рис. 3):

$$\begin{aligned} x^2 &= \frac{b^2(b^2 - u)(b^2 - v)}{c^2 - b^2}, \\ y^2 &= \frac{c^2(c^2 - u)(c^2 - v)}{b^2 - c^2}, \\ z &= \frac{u + v - b^2 - c^2}{2}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$c^2 < u < b^2 < v, \quad b^2 = p, \quad c^2 = q.$$

### Оптимизация геометрических размеров срединной поверхности оболочек

Получить проект оболочки с заданной несущей способностью при минимальных затратах – задача, которая представляет наибольший практический интерес.

Требуемый результат может быть достигнут путем рационального распределения материала при фиксированных геометрических параметрах. Есть предложения использовать неодинаково армированные сборные элементы, но с точки зрения технологии целесообразно применять оболочки, собираемые из одинаковых элементов. Оптимизация путем перераспределения материала в скорлупе позволяет уменьшить расход арматуры в 8 раз, однако ввиду низкого содержания арматуры в оболочках общий эффект оптимизации не превышает в среднем 15-20%. Оптимальное подкрепление оболочек ребрами – малоэффективно, поскольку промежуточные ребра нужны главным образом для транспортировки и монтажа сборных элементов. Варвак М.Ш., Дехтярь А.С. и Шапиро А.В. [4] рассматривают задачу оптимизации геометрических размеров оболочек, прямоугольных в плане, работающих в пластической стадии, при действии равномерной поверхностной нагрузки. Целевой функцией является стоимость оболочки, включающая эксплуатационные расходы. В расчетной модели предполагается одновременное изменение толщины оболочки и ее армирования при постоянном коэффициенте армирования. Задача решалась в двух вариантах: без учета и с учетом эксплуатационных расходов. При учете эксплуатационных расходов решение существенно меняется. На основании ряда расчетов установлено, что 1) необходимо учитывать эксплуатационные расходы и 2) наиболее удобна для расчетов оболочка в форме эллиптического параболоида.

### Примеры возведенных и проектируемых оболочек в форме эллиптических параболоидов

Каменные строения комплекса Большого Зимбабве к юго-востоку от Масвинго (Зимбабве) производят большое впечатление на посетителей. Одно из строений, по форме напоминающее эллиптический параболоид, сложено из необработанного камня без применения цементирующего материала (рис. 4).



Рис. 4

Е. Фызи [5] подчеркивает, что внутренний объем крытого теннисного корта в Будапеште (Венгрия) требовалось выбрать так, чтобы он лучше всего отвечал условиям игры в теннис. Это привело к решению о применении покрытия в виде эллиптического параболоида. Обе площадки решено было перекрыть одинаковыми оболочками, опирающимися по коротким сторонам (18,75 м) на массивные стены, а по длинным (39,10 м) на арки – диафрагмы. Конструирование и статические расчеты были проведены под руководством д-ра Ст. Минихарда. В расчет принимался собственный вес, снеговая нагрузка, ветровое давление.

Рис. 5. Геометрическая схема и схема расположения параболических трубчатых арок спортивного зала, Венгрия [6]

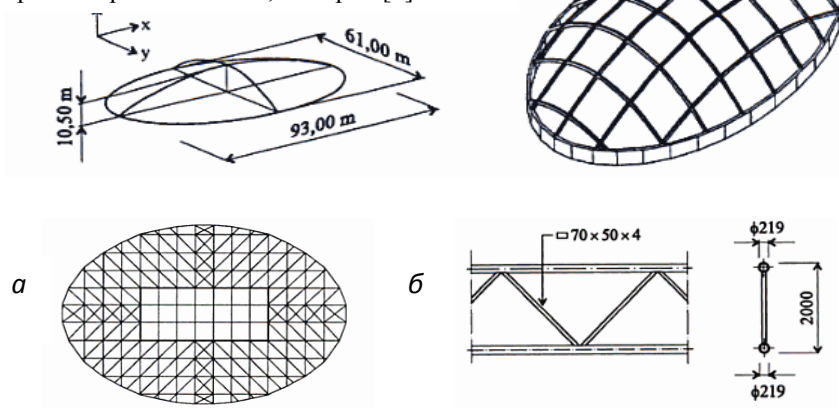


Рис. 6. Диагональные связи между трубчатыми арками (а) и элемент трубчатой арки (б) спортивного зала, Венгрия [6] (см. рис. 5)

В Венгрии построен еще один спортивный зал на эллиптическом плане с размерами в осях  $93 \times 61$  м и высотой 10,5 м. Функциональные и конструктивные причины требовали возведения сооружения именно на эллиптическом плане. Из экономических соображений был выбран вариант из стали. В качестве несущей конструкции покрытия была выбрана система параболических трубчатых арок, расположенных вдоль сетей переноса эллиптического параболоида с шагом 6 м в обоих направлениях (рис. 5, 6). Трубчатая структура накрывается рифлеными стальными плитами  $6 \times 6$  м. Колонны купольной структуры – тоже из труб.

Покрытие в виде эллиптического параболоида для актового зала корпуса изящных искусств Утталского университета в Бхубанесваре (Utkal University, Bhubaneswar, Orissa, Индия) имеет размеры в плане  $24,83 \times 21,6$  м [7]. Толщина оболочки равна 88,9 мм и увеличивается к краям до 127 мм. Края опираются на гибкие железобетонные арки с затяжками.

Оболочка над зданием ярмарки штата Оклахома в Оклахома-Сити (США) представляет собой вогнутый эллиптический параболоид размером  $400 \times 320$  фут ( $121,9 \times 97,54$  м) в плане. Оболочка построена в 1965 году. Она запроектирована из сборного предварительно напряженного железобетона с натяжением арматуры на бетон. Анализ равновесных состояний для определения оптимальной формы поверхности оболочки при заданной нагрузке и очертании плана дан в [8]. Здесь показано, что идеальные очертания поверхности приближаются к эллиптическому параболоиду с уравнением вида  $x^2/a + y^2/b = cz$ . В Интернете была найдена информация, что в



Рис. 7

том же городе Оклахома-Сити (США) имеется спортивное сооружение «Norick Arena» с покрытием в форме эллиптического параболоида.

Комбинированное сетчатое покрытие гимназии (Zhaoqing Gymnasium) в форме эллиптического параболоида возведено в Китае [9]. Стальное покрытие гимназии (the Changzhou Municipal Gymnasium, Китай) представляет собою купольную структуру в форме эллиптического параболоида, которая состоит из распорно-тросовой системы и однослойной сетчатой оболочки. Размер сооружения вдоль большой оси – 120 м.

Железобетонное купольное покрытие рынка «Смитфилд» (the



Smithfield Poultry Market, архитектор Т.Р. Bennett and Son, инженер Ove Arup) в Лондоне (Англия) было построено в 1961-1963 годах на месте сгоревшего в 1958 г. старого здания рынка. Новое здание было выполнено в форме эллиптического параболоида с размерами в плане 68,6 × 38,12 м, стрела подъема – 9,1 м, толщина – 7,5 см, в углах – 20 см. Срединная поверхность оболочки описывается формулой  $z = (x/r_x)^2 + (y/r_y)^2$  (рис. 7). Новое здание рынка снаружи не выделяется чем-то особенным, но находясь внутри пространства железобетонного купола посетители не перестают удивляться и выражают восхищение триумфом технической мысли [10]. На момент возведения это была самая большая тонкостенная конструкция. Оболочка рассчитывалась по безмоментной теории с приближенным учетом краевых изгибающих моментов. Детальные исследования проведены на модели купола в масштабе 1/12. Эксперименты заняли 6 месяцев. Особое внимание было уделено оценке его устойчивости. Предварительно напряженные бортовые элементы опираются на колонны, но при взгляде изнутри кажется, что оболочка опирается только в углах. Этот эффект создает легкость всему зданию и хорошее освещение внутри. Купол забетонирован на опалубке из стандартных трапецевидных фанерных щитов одинарной кривизны. Поддерживающие леса выполнялись из стальных труб. Бетон укладывали от углов к вершине купола, а армирование производилось двумя сетками со стержнями параллельными краям оболочки. В углах устанавливалась дополнительная косая арматура.



Рис. 8. Новое здание оперы в Сиднее (Австралия)  
[SydneyOperaHouse.jpg (Foto taken by Bjarte Sorensen)]

В конкурсе архитекторов на строительство нового здания оперы (the Sydney Opera House), объявленном в 1954 году в Сиднее (Австралия), приняли участие 233 специалиста из 32 стран. Победителем оказался датчанин Йорг Утзон, который в первоначальном варианте предложил форму «больших парусов» в виде эллиптических параболоидов. В 1966 году выяснилось, что «большие паруса» нельзя сконструировать так, как предполагалось, и весь проект должен быть переделан. Много компьютерных расчетов потребовалось для того, чтобы, наконец, разрешить все технические

проблемы. Окончательный вариант здания (рис. 8) содержит 4 главные оболочки, 4 боковые оболочки и 2 вспомогательные оболочки. Поверхность половины каждой оболочки представляет собой фрагмент сферы. Здание занимает площадь в 2,2 гектара, паруса крыши весят 161000 тонн и в высоту достигают 67 метров. Паруса облицованы шведской плиткой, блестящей на солнце. Кстати, одной из причин замены формы эллиптического параболоида на сферическую была опасность отскокивания облицовочных плит от основы из-за разности температурных деформаций.

Это необычное современное здание является одной из самых знаменитых достопримечательностей Австралии (рис. 8).



Рис. 9. Мост через реку Peace (Канада, Alberta)

Фирма «Alberta Infrastructure and Transportation» объявила конкурс на проектирование реконструкции и замены дорожного настила двухполосного моста длиной 550 м через реку Peace (рис. 9). Балакришнан С. (Dr. S. Balakrishnan) [11] рассмотрел несколько альтернативных решений. Сравнение решений проводилось по общему весу примененных конструкций, их долговечности, огнестойкости, стоимости и другим показателям, общим числом 12. По большинству показателей лучшим был признан вариант дорожного настила из панелей-оболочек длиной 2857,5 мм (рис. 10). Каждая панель содержит 4 эллиптических параболоида, которые объединены в продольном и поперечном направлениях ребрами жесткости. Эллиптические параболоиды имеют минимальную толщину 100 мм и утолщаются к ребрам. Толщина меняется в пределах 175-250 мм (рис. 11). Теоретически эллиптические параболоиды не требуют армирования за исключением арматуры для предварительного напряжения ребер в обоих направлениях. Только на винтовых участках моста при въезде планируется использовать монолитный бетон, для остальных секций моста рекомендуется применять сборные панели-оболочки на половину ширины моста. Теоретический расчет панелей производился методом конечных элементов.

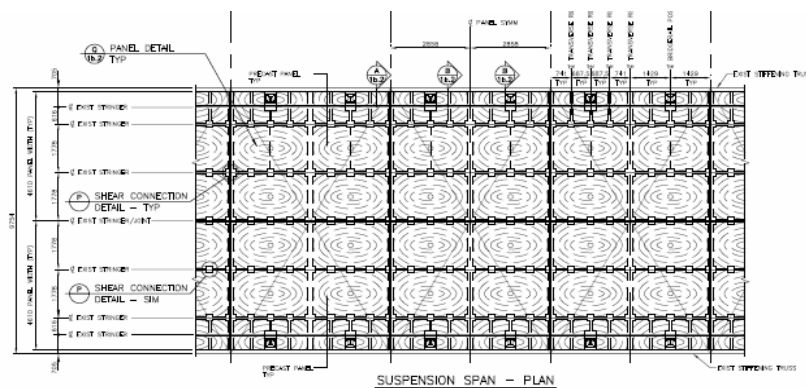


Рис. 10. Типовая секция моста через реку Pease (Канада, Alberta)

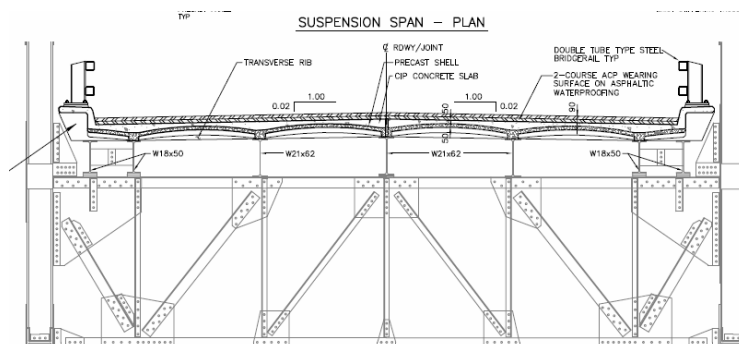


Рис. 11. Поперечный разрез конструкций пролетного строения моста

Мурашкин Г.В., Анпилов С.М. и Мурашкин В.Г. (фирма «Приоритет», г. Тольятти) [12] запатентовали способ снижения усадочных деформаций в монолитных железобетонных перекрытиях и устройство для его осуществления. Они отметили, что, являясь прогрессивными, с точки зрения экономики и комфортности монолитные железобетонные перекрытия обладают, тем не менее, рядом недостатков. Серьезным недостатком, снижающим надежность работы сооружения и нарушающим его сплошность, является проявление в монолитном перекрытии усадочных деформаций. Усадочные деформации бето-

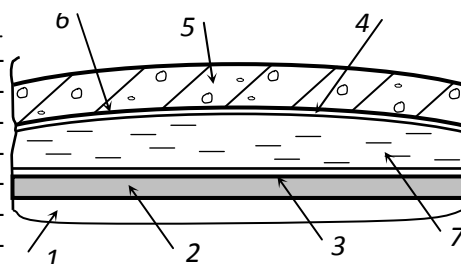


Рис. 12

на вызывают растягивающие напряжения в бетоне, с одной стороны, в результате статической неопределимости самого перекрытия, а с другой, в связи с наличием сцепления арматуры с бетоном. Снижение или полное исключение растягивающих напряжений, возникающих в монолитном перекрытии в результате проявления усадочных деформаций, достигается обратным выгибом перекрытия, который выполняют при бетонировании опалубки с рабочей палубой в форме поверхности второго порядка, например, эллиптического параболоида, эллиптического цилиндра и т.п. На рис. 12 изображен фрагмент опалубки 1, содержащий стол 2 с рабочей палубой, которая выполнена в форме оболочки. Основание 3 камеры выполнено жестким, а ее верх, рабочая поверхность 4 – эластичной. Камеру заполняют жидкостью 7 и тем самым придают рабочей поверхности 6 форму оболочки с расчетной стрелой подъема. После набора бетоном перекрытия 5 80% прочности осуществляют распалубку.

#### **Краткая информация по методам расчета оболочек в форме эллиптических оболочек**

Полная информация о существующих на сегодняшнее время методов исследования оболочек рассматриваемой формы на прочность, устойчивость и колебания приведена в учебном пособии [1]. В данной лекции ограничимся только констатацией того факта, что оболочки в форме эллиптического параболоида, как на прямоугольном плане (рис. 1), так и на эллиптическом (рис. 2), довольно хорошо изучены с точки зрения определения НДС, как аналитическими, так и численными методами расчета.

Как обычно, исследование началось с применения безмоментной теории расчета. Затем для расчета оболочек на прямоугольном плане стали применять метод двойных тригонометрических рядов. Предполагалось, что оболочка имеет шарнирно-подвижное закрепление по контуру и находится под действием равномерно распределенной нагрузки.

Многие авторы для расчета оболочек на эллиптическом плане применяли асимптотический *метод малого параметра*. Малый параметр выбирают исходя из структуры уравнений. Он может иметь геометрический или физический смысл. Представление функций в виде разложения по малому параметру позволяет свести исходную систему уравнений к бесконечной системе зацепляющихся уравнений, отличающихся только правыми частями. На практике, как правило, малый параметр выбирают так, чтобы первое приближение имело точное решение. Тогда все последующие приближения можно рассматривать как уточнения к первому.

В ряде случаев обычные аналитические методы не обладают достаточной общностью. К тому же краевые условия часто не соответствуют случаям, для которых могут быть найдены решения. Достижения в области вычислительной техники обеспечили возможность исследования многих проблем численными методами. К числу методов, ставших особенно попу-

лярными во второй половине 20 века, относятся метод сеток, вариационно-разностный и метод конечных элементов.

Экспериментальные методы исследования НДС и устойчивости оболочек в форме эллиптических параболоидов также используются довольно часто. Намного меньше исследований посвящено изучению динамического поведения рассматриваемых оболочек, а материалов по экспериментальным исследованиям собственных или вынужденных колебаний оболочек в форме эллиптических параболоидов ни в зарубежных, ни в российских научно-технических источниках не обнаружено.

### Л е к ц и я 3

#### ПАРАБОЛОИД ВРАЩЕНИЯ

Параболоид вращения образуется вращением параболы  $x^2 = 2pz$  вокруг оси  $z$  (рис. 1). Параболическую поверхность можно также получить движением подвижной параболы  $y^2 = 2pz$  вдоль неподвижной  $x^2 = 2pz$  (рис. 2). При этом необходимо, чтобы вершина подвижной параболы скользила

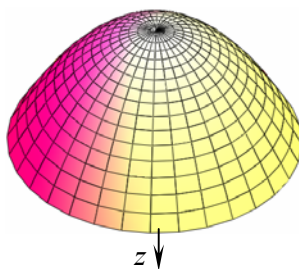


Рис. 1

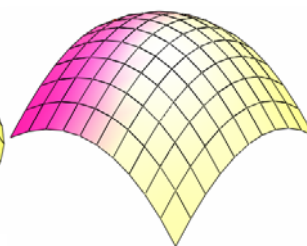


Рис. 2

по неподвижной, а плоскость и ось подвижной параболы оставались параллельными. Обе параболы должны быть обращены вогнутостью в одну сторону.

Параболоид вращения обладает *оптическим свойством*: световые лучи, исходящие из фокуса, после зеркального отражения от поверхности параболоида пойдут параллельно оси параболоида вращения. Параболоид вращения является частным случаем эллиптического параболоида.

Поверхность параболоида вращения можно задать несколькими способами. Явная форма задания имеет вид:

$$2z = (x^2 + y^2)/p. \quad (1)$$

Коэффициенты основных квадратичных форм поверхности и кривизны координатных линий при явной форме задания записываются в виде:

$$A^2 = 1 + \frac{x^2}{p^2}, \quad F = \frac{xy}{p^2}, \quad B^2 = 1 + \frac{y^2}{p^2}, \quad L = \frac{1}{\sqrt{p^2 + x^2 + y^2}} = N, \quad M = 0,$$

$$k_x = \frac{L}{A^2}, \quad k_y = \frac{L}{B^2}, \quad k_1 = L, \quad k_2 = p^2 L^3.$$

Координатные линии  $x, y$  на поверхности параболоида вращения (рис. 2) образуют *чебышевскую сеть*, т.е. у любого четырехугольника, образуемого линиями криволинейной координатной сети, противоположные стороны равны. Координатная сеть – неортогональна ( $F \neq 0$ ), но сопряженная ( $M = 0$ ).

При расчете пологих оболочек частные производные  $\partial z/\partial x$  и  $\partial z/\partial y$  будут намного меньше единицы и, поэтому их квадратами можно пренебречь. Следовательно, полученные формулы для пологих оболочек примут вид:

$$A = B = 1, \quad F = 0, \quad L = 1/p = N, \quad M = 0, \quad k_x = k_y = 1/p.$$

Для записи уравнения параболоида вращения используется также параметрическая форма задания (рис. 1):

$$x = x(r, \beta) = r \cos \beta, \quad y = y(r, \beta) = r \sin \beta, \quad z = z(r) = r^2/(2p), \quad (2)$$

для которой коэффициенты основных квадратичных форм поверхности и ее главные кривизны принимают вид:

$$A^2 = 1 + r^2/p^2, \quad F = 0, \quad B = r, \quad L = 1/(pA), \quad M = 0, \quad N = r^2/(pA),$$

$$k_1 = 1/(pA^3), \quad k_2 = L.$$

Можно использовать другие параметрические уравнения (рис. 1):

$$x = x(u, v) = a\sqrt{u/h} \cos v, \quad y = y(u, v) = a\sqrt{u/h} \sin v, \quad z = z(u) = u; \quad (3)$$

где  $u \geq 0$ ;  $0 \leq v \leq 2\pi$ . На высоте  $z = h$  параболоид имеет радиус  $r = a$ . Площадь боковой поверхности параболоида вращения

$$S = \pi a[(a^2 + 4h^2)^{3/2} - a^3]/(6h^2),$$

его объем  $V = \pi a^2 h/2$ , если  $0 \leq v \leq 2\pi$ ,  $0 \leq u \leq h$ .

Поверхность переноса на параболоиде вращения (рис. 2) обеспечивает экономичное решение конструкции опалубки, при котором кружала из стальных труб, изогнутых соответственно по параболической образующей, укладывают по трубчатым стойкам, расставленным на равных расстояниях. По этим параболическим трубам укладывают цельнорешетчатые металлические листы, образующие арматуру оболочки и одновременно заменяющие опалубку. Известен способ сооружения куполов параболической формы с использованием технологического приема размещения бетонной массы и стальной арматуры на многократно используемую пневматическую мембрану.

### Примеры использования формы параболоида вращения

Форма параболоида вращения использовалась в строительстве общественных сооружений с древних времен. Сводчатая конструкция, возводимая на прямоугольном основании (рис. 2), известная под названием «балхи» (афг.), распространена в средней Азии со средних веков. Кладка ведется наклонными отрезками от четырех углов. Способ возведения параболического купола назван по месту его первого применения (крупнейший город средневекового Востока, Афганистан).

Европейскую историю применения параболоида вращения можно начать с купола Св. Петра в Риме (рис. 3). В дальнейшем многие архитекторы брали за основу формы своего творения образец купола Св. Петра.

Купол Исаакиевского собора в Санкт-Петербурге (1818-1858 гг.) состоит из трех взаимосвязанных частей: внутренней сферической, средней конической и наружной параболической (рис. 4). Первые две образованы каждая 36-ю чугунными фермами. Обе части соединены друг с другом мощными болтами.



Рис. 4. Купол Исаакиевского собора (Санкт-Петербург)

Планетарий - первый в стране «научный театр» построен в 1928 по проекту архитекторов М.О. Барща и М.И. Синявского, победивших на конкурсе 1927 г. Основной элемент композиции — приземистый цилиндрический объем демонстрационного зала (на 1500 мест), перекрытый тонкостенным железобетонным параболическим куполом (рис. 6). Подшивной сферический экран, укрепленный на внутренней металлической сетке, образует



Рис. 3. Купол Св. Петра, Рим, Италия  
[artclassic.edu.ru]

Внешний параболоид вращения имеет чугунное опорное кольцо диаметром 25,8 м. Купол состоит из меридиональных железных ребер, покрытых медными листами, поверхность которых позолочена.

Пологий стеклянный купол Педагогического музея (рис. 5) в Киеве (1909-1912 гг.), железобетонный купол Московского планетария (1927-1929 гг.) и здание концентраторов Череповецкого металлургического завода также имеют форму параболоида вращения.

второй купол под наружной оболочкой здания, перекрывающей зал диаметром 25 м. Сейчас планетарий переживает очередную многолетнюю реконструкцию.



Рис. 5. Стекланный купол Педагогического музея (Киев, Украина, арх. П.Ф. Алешин)



Рис. 6. Параболический железобетонный купол Московского планетария  
а – до реконструкции (1927-1929) ; б – после реконструкции (2011 г.)

«Улицу Парадов в довоенной Германия должен был завершать Дворец немецкого народа высотой 200 м, увенчанный параболическим куполом диаметром 250 м. Принцип мегаломании режима наиболее полно отразился в этом проекте - варварском примере количественного подхода к архитектуре: гордость автора и заказчика составляло сознание, что дворец будет в 17 раз больше собора Св. Петра в Риме» [13].

Чтобы освободить место для нового более доходного крытого футбольного поля 26 марта 2000 г. был разрушен крытый стадион для бейсбола



«The King Dome», построенный в 1976 г. с параболическим куполом диаметром 201 м (рис. 7).

П. Чонка [14] описывает кровли типа параболоида вращения с основанием в виде правильного многоугольника. Очень близок по форме к параболоиду вращения купол мавзолея Рухабад, построенного в XIV в. (г. Самарканд, Узбекистан), хотя, по-видимому, купол представляет собой традиционную для Востока форму поверхности вращения окружности, у которой ось не совпадает с осью вращения поверхности.

Купол церкви в Оклахома-сити (США) также имеет форму параболоида вращения (рис. 8). Авторы – Р. Коннор, Ф. Сьюлливэн усилили свободные края ребрами. Купол выполнен в монолитном железобетоне [16].

Проект покрытия планетария в Бохуме (ФРГ) выполнен городским планировочным управлением и Проектным бюро Рамма (рис. 9). Геометрическая форма покрытия – параболоид вращения с конической нижней частью. Оболочка рассчитана по безмоментной теории.



Рис. 7. Конец эры «Королевского купола» [15] (1976 – 2000, The King Dome, г. Сиэтл, США)



Рис. 8. Церковь в Оклахома-сити,

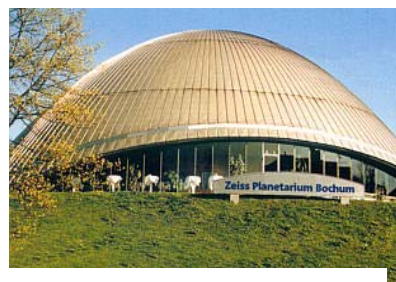


Рис. 9. Планетарий в Бохуме (ФРГ)

Очень интересное применение параболоиду вращения нашли авторы «Солнечного павильона» (рис. 10). В павильоне использовано оптическое свойство параболоида для отражения световых и звуковых волн [17]. Павильон планируется использовать для защиты от солнечных лучей и от дыма.



Рис. 10. “Sunshower Pavilion”



Рис. 11. Параболическая антенна

В качестве критерия точности в радиотехнике рассматривается среднеквадратичное отклонение рабочей поверхности антенны (рис. 11) от поверхности параболоида вращения. Контроль за изменением формы поверхности антенны является важной процедурой с точки зрения ее функционального назначения и работоспособности.

#### **Краткая информация по методам расчета оболочек в форме параболоидов вращения**

Полная информация о существующих на сегодняшний день методах исследования оболочек рассматриваемой формы на прочность, устойчивость и динамику приведена в учебном пособии [1].

Анализ безмоментных куполов в форме поверхностей вращения при учете действия только собственного веса, проведенный В.В. Новожиловым [18], показал, что с точки зрения величины напряжений наиболее выгоден параболический купол. Однако он требует наибольшей площади распорного кольца и с этой точки зрения наименее выгоден. Кольцевые нормальные усилия сохраняют вдоль меридиана свой знак, являясь всюду сжимающими усилиями. Так как распорное кольцо, воспринимая распор, будет растянуто, то очевидно, в этом случае невозможно добиться, чтобы деформации опорного контура и края были одинаковыми, поскольку они не совпадают по знаку. Таким образом, параболический купол вращения не имеет шва перехода и заставить его работать по безмоментной теории нельзя.

К.В. Шмурнов [19] одним из первых предложил решение задачи об изгибе осесимметрично нагруженной параболической оболочки постоянной толщины по линейной моментной теории. В работе выявлена область, в пределах которой проблему можно свести к дифференциальному уравнению Бесселя 1-го порядка.

В дальнейшем стали появляться работы по численным методам исследования параболоидов вращения на воздействия различного рода, в частности, на несимметричное нагружение, на температурное воздействие, на вынужденные колебания, на инерционные силы при вращении оболочки и т.д. Есть работы по определению критических нагрузок для пологой и непологой оболочек. Намного меньше работ по экспериментальным исследованиям [1].

## Лекция 4

### ЭЛЛИпсоид вращЕНИЯ

Трехосные эллипсоиды и особенно эллипсоиды вращения являются хорошо изученными и широко известными замкнутыми поверхностями второго порядка. Эти поверхности или их фрагменты при правильном использовании могут иметь выразительные в архитектурном смысле черты. Наибольшее распространение в современном строительстве и технике получили сферические оболочки ввиду простоты их формы и более простых методов расчета. Сферические поверхности являются вырожденными эллипсоидами вращения. Однако конструкторская мысль не стоит на месте. В различных частях мира появляются оболочки покрытий новых пространственно - конструктивных форм, в том числе в форме эллипсоидов общего вида и эллипсоидов вращения. Зданиям и конструкциям в форме эллипсоидов вращения можно придать не только архитектурную выразительность, но и обеспечить им некоторое преимущества в распределении внутренних силовых факторов. В машиностроении, в основном, тонкостенные оболочки в форме эллипсоидов вращения находят применение в качестве днищ и головных частей резервуаров и сосудов различного назначения.

Эллипсоид вращения получается вращением эллипса

$$x^2/a^2 + z^2/b^2 = 1$$

вокруг оси  $z$ . Эта поверхность может быть задана в неявной форме:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1,$$

в параметрической форме:

$$x = x(u, v) = a \cos u \cos v; \quad y = y(u, v) = a \sin u \cos v; \quad z = z(v) = b \sin v. \quad (1)$$

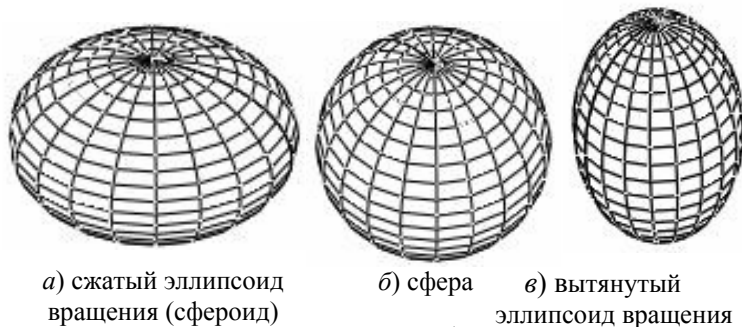


Рис. 1

Если принять  $b < a$ , то получим сжатый (сплюснутый) эллипсоид вращения (рис. 1, а), при  $b = a$  будем иметь сферу (рис. 1, б), а при  $b > a$  – вытянутый эллипсоид вращения (рис. 1, в). Параллели и меридианы эллипсоида вращения являются линиями главных кривизн.

### **Примеры сооружений в форме эллипсоидов**

А.М. Смирнов и его коллеги [20] обосновывают возможность применения пневматических резинотканевых оболочек-укрытий в форме эллипсоидов вращения, которые поддерживаются в проектном положении за счет внутреннего избыточного давления. В.В. Зрюкин [21] с товарищами установил, что для избежания складок или других форм потери устойчивости пневматических эллипсообразных оболочек из тканых материалов необходимо использовать оболочки с отношением полуосей, равным 0,7071 ( $b = 0,7071a$ ). Р. Ройлес (R. Royles) и Дж. Лламбиас (J.M. Llambias) [22] исследуют устойчивость сфероидальных оболочек глубоководных аппаратов. Методы проектирования, способы производства и макетные испытания эллипсоидальных баков для хранения топлива фирмы-изготовителя «Pressure System Inc.» излагаются в статье [23].

#### ***Применяемые материалы для возведения оболочек в форме эллипсоидов вращения***

В настоящее время известны тонкостенные оболочки в форме эллипсоидов вращения, для построения и изготовления основных конструкций которых использовались следующие материалы: металл, железобетон, армоцемент, импрегнированные ткани и волокнистые композиционные материалы.

Преимущества металлических конструкций заключаются в их сборности, легкости, простоте монтажа, в возможности транспортирования элементов заводского изготовления на большие расстояния к месту строительства. Заводское изготовление металлоконструкций позволяет оперировать минимальными допусками отклонений от проектных величин и достигать точной проектной формы оболочки.

В 20-30-х годах строится ряд сооружений с покрытиями в форме железобетонных куполов вращения. После 1945 г. стали возводиться и железобетонные оболочки в форме эллипсоидов вращения.

Особый интерес представляют оболочки, изготовленные из волокнистых композиционных материалов, которые способны работать в экстремальных условиях. Технологические процессы контактного, упругого, жесткого формования, непрерывной намотки на неподвижные или вращающиеся оправки позволяют получать оболочки из стекло-, угле-, боро-, органических полимеров практически любой формы с произвольным изменением толщины и степенью анизотропии материалов.

Расширяющееся применение резинотканей, однородных и армированных пленок для эллипсоидальных воздухоопорных оболочек потребовало дополнительных экспериментальных исследований и уточнения расчетных параметров давления ветра.

#### ***Здания с металлическими купольными покрытиями***

В качестве примера практического использования формы эллипсоида вращения можно привести проект здания главного испытательного стенда Всесоюзного электротехнического института в г. Истра Московской области.

ти, которое было запроектировано в форме, близкой к эллипсоиду вращения диаметром 234 м и высотой 112 м. Экватор оболочки расположен на 23 м выше отметки пола (рис. 2). К наружным поясам каркаса приваривалась мембрана из рулонной стали толщиной 1,5 мм. Мембрана воспринимала ветровые и снеговые нагрузки и одновременно являлась ограждающей конструкцией. Расход стали на основные несущие и ограждающие

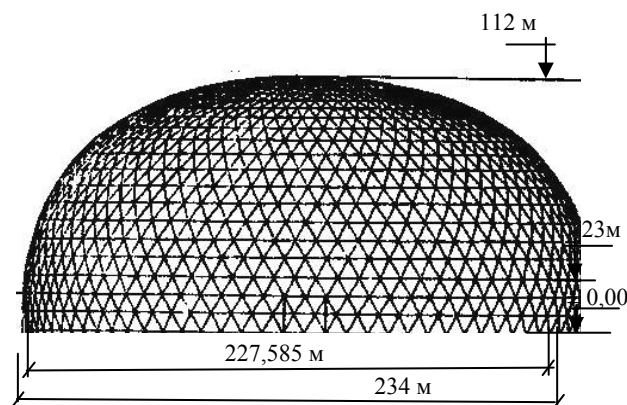


Рис. 2. Геометрические параметры главного испытательного стенда ВЭИ, г. Истра

конструкции здания составлял  $108 \text{ кг/м}^2$  поверхности. В 1984 году здание главного испытательного стенда ВЭИ сразу после возведения разрушилось. Исследованию причин аварии посвящено большое число опубликованных работ, поэтому мы не будем останавливаться здесь этом вопросе.

В г. Атланте (США, 1957 г.) построен спортивный зал, круглый в пла-



Рис. 3. Спортзал в г. Атланта (США)

не, перекрытый ребристым куполом эллипсоидного очертания, диаметром 82,3 м со стрелой подъема 15,24 м (рис. 3). Основной несущей конструкцией покрытия служат 32 стальные полуарки эллиптического очертания, установленные на уровне земли и шарнирно опертые на верхний обрез фун-

даментов. Верхние концы полуарок стыкуются над центром здания при помощи стального двутаврового кольца диаметром 3,05 м. Центральное кольцо опиралось на монтажную стойку. И.Г. Гохарь-Хармандарян [24] считает, что голый схематизм и отсутствие художественной прорисовки конструктивной формы спортивного зала в г. Атланта придают ему весьма унылый вид.

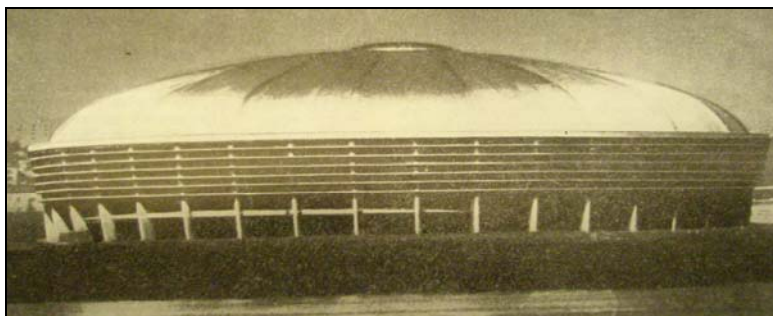


Рис. 4. Крытый стадион в парке в г. Сан-Паулу (Бразилия)

Купол крытого стадиона в парке г.Сан-Паулу (Бразилия, 1958 г.) имеет форму эллипсоида вращения с диаметром в основании 80 м. Стадион рассчитан на 20000 зрителей (рис. 4). Конструкция купольного покрытия выполнена в металле в виде стальных решетчатых полуарок эллиптического очертания, опирающихся вверху на сжатое металлическое решетчатое кольцо. Центральное кольцо устанавливалось на специально возведенную вертикальную стальную решетчатую опору. Нижние концы полуарок шарнирно опираются на оголовки вертикальных опор. Распор купола воспринимается железобетонным кольцом. Шесть железобетонных колец солнцезащитного устройства опоясывают по внешнему периметру наклонные стойки купола. Кольца солнцезащитного устройства имеют меньшую толщину, чем верхнее кольцо. Это показывает их второстепенную роль в работе конструкции по сравнению с верхним кольцом.

Общий вид здания павильона компании по страхованию путешественников на Международной выставке в Нью-Йорке показан на рис. 5, а. Интерьер здания представляет собой замкнутый объем. Для этого здания была спроектирована и построена стальная пространственная напряженная конструкция, показанная на рис. 5, б. Она состоит из 24 сборных стальных ребер по форме близких к эллипсу. Верхние концы ребер соединены двухпоясной вантовой системой. Для обеспечения устойчивости ребра, шарнирно закрепленного внизу и вверху, необходима горизонтальная сила  $H$  (рис. 5, в), приложенная к его верхнему краю. Для уменьшения изгибающих моментов в ребрах было бы целесообразно приложить к ним и другую горизонтальную силу  $h$ . Горизонтальная сила  $H$  создается предварительно



напряженным покрытием, а сила  $h$  создается канатами, обмотанными по кольцу вокруг ребер. Сначала были установлены на наружных временных опорах 24 стальных сборных ребра. Затем к верхним концам этих ребер были прикреплены канаты предварительно напрягаемого покрытия. На этой стадии работ два внутренних кольца, показанные на рис. 5, *з*, лежали одно на другом, опираясь на легкие подмости, установленные в центре здания. Затем два внутренних кольца раздвигались, что вызывало натяжение канатов. При этом все ребра поднимались с их наружных временных опор. Полностью смонтированный каркас показан на рис. 5, *д*. Такое решение обеспечило исключительно малые размеры поперечных сечений конструктивных элементов, что привело к значительной экономии материалов. Для сооружения всего объекта потребовалось три недели. Расход строительной стали на это предварительно напряженное сооружение составил всего 43,9 кг/м<sup>2</sup>.

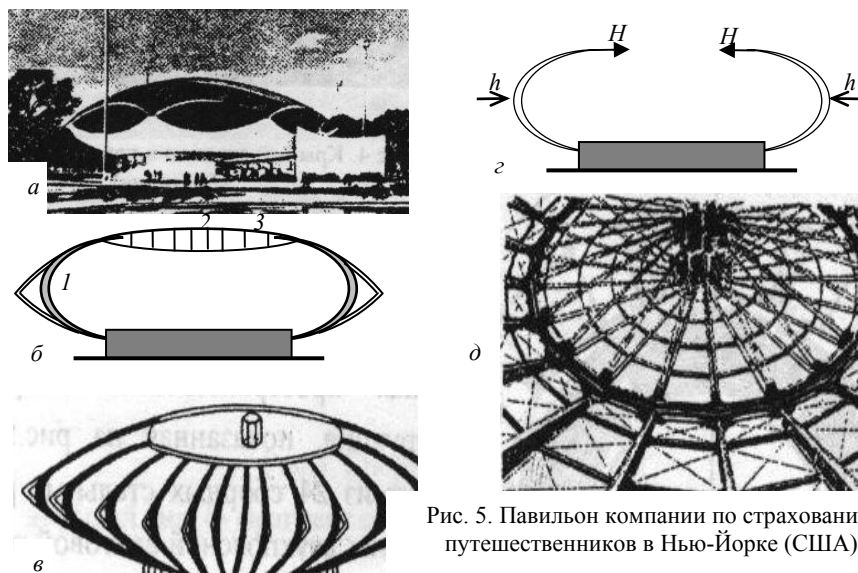


Рис. 5. Павильон компании по страхованию путешественников в Нью-Йорке (США)

*а* – общий вид павильона; *б* – конструкция павильона (*1* – жесткие рамы, *2* – вентиляционная шахта, *3* – решетчатый купол верхней части покрытия); *в* – схема несущих ребер; *з* – несущие конструкции в процессе монтажа; *д* – каркас павильона в проектном положении.

### **Здания с железобетонными покрытиями**

В Мюнхене (Германия) было возведено здание университета с куполом в форме эллипсоида вращения, перекрывающим в плане прямоугольник с размерами 16,75 × 13,04 м. Купол опирается на четыре мощные арки, которые ограничивают план. Поперечные арки имеют пролет 13,04 м при высоте 6,3 м, продольные арки имеют, соответственно, 16,75 м и 6,3 м. Толщина арок у купола составляет 55 см, у пяты – 75 см, ширина ее – 80 см

(рис. 6). Двойная арматура в меридиональном направлении купола состоит из круглых стержней диаметром 10мм с шагом между осями стержней равным 14см. В кольцевом направлении укладывалась арматура диаметром 8 мм с шагом 12 см. Сжатое центральное кольцо в вершине купола имеет высоту 40см и армировано стержнями диаметром 20мм по 6 штук по внутреннему и внешнему контуру.

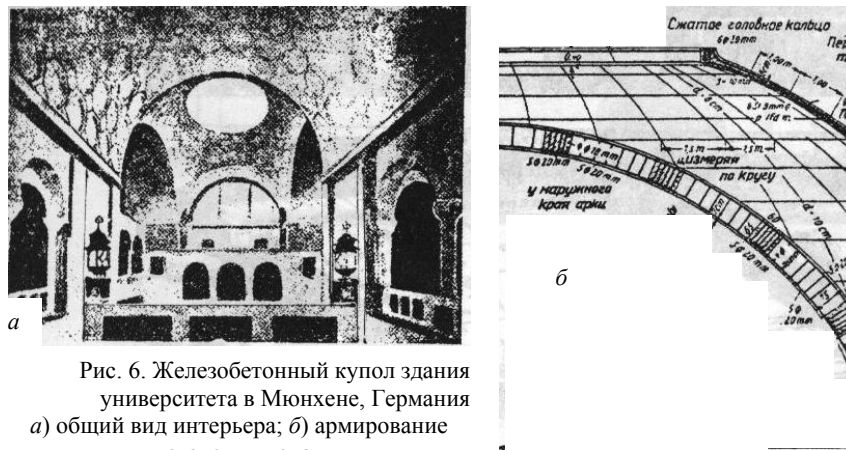


Рис. 7. Фабрика резиновых изделий в г. Бринморе

Покрытие резиновой фабрики в г. Бринморе (Южный Уэльс, Великобритания, 1947 г.) состоит из 9 (3·3) эллиптических монолитных железобетонных оболочек, каждая из которых перекрывает площадь размером 18,6-25,5м (рис. 7). Толщина оболочек 7,5 см, стрела подъема 2,4 м. Каждая оболочка опирается по периметру на железобетонные арки с горизонтальными затяжками и криволинейным верхним поясом. Затяжки, выпол-



ненные из предварительно напряженного железобетона, подвешиваются к аркам с помощью стальных стержней диаметром 18мм. Оболочки армированы двумя рядами арматурных сеток с ячейками  $15 \times 15$  см из холоднокатаной стальной проволоки. Для восприятия растягивающих усилий в угловых зонах уложена дополнительная арматура диаметром 12 мм. Благодаря опиранию оболочек на наклонные колонны, между оболочками образуется значительное пространство, используемое как световые проемы. Для дополнительного освещения в оболочках также устроены световые проемы.

При бетонировании применялась металлическая опалубка, опиравшаяся на передвижные трубчатые леса. Одна оболочка бетонировалась за 2 рабочих дня, после чего она выдерживалась в опалубке в течении 10 дней. Применение передвижной опалубки позволило обеспечить ее девятикратную оборачиваемость.

Главный купол реактора атомного центра вблизи Мюнхена (Германия, 1957) выполнен в виде эллиптической оболочки вращения (рис.8). Конструктивно и экономически это наиболее эффективная форма купола при заданных функциональных требованиях. Вокруг него устроена кольцевая пристройка, состоящая из четырех секций, в которых размещаются лаборатории, установки кондиционеров, резервуары, вспомогательные и подсобные помещения. Толщина монолитной железобетонной оболочки купола 10 см принята из условий ее сопротивления внутреннему давлению в 50 МПа при пролете 30 м, высота от поверхности земли 30 м. Оболочка опирается на кольцевой фундамент сечением  $60 \times 30$  см, заложённый на глубине 1,6 м.

Аналогичного типа реактор построен в штате Нью-Джерси (США, 1958 г.). Комплекс отличается лишь размещением подсобных сооружений (рис. 11). Культовое здание в г. Иерусалиме (1957 г.) построено в виде куполообразной монолитной железобетонной оболочки в плане приближающейся к квадрату со

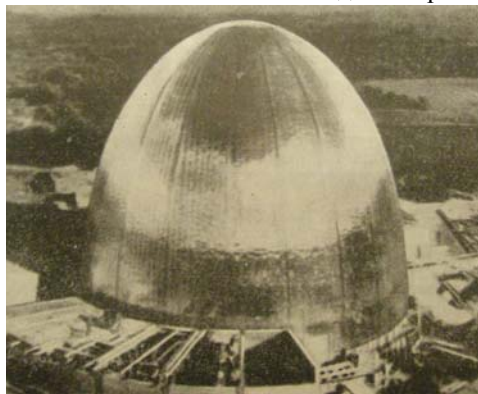


Рис. 8. Главный купол реактора атомного центра в форме эллипсоида вращения (Мюнхен, Германия) [24]



Рис. 9. Главный купол реактора атомного центра в штате Нью-Джерси (США)



Рис. 10. Синагога нового университета в Иерусалиме, 1957 г., skyscrapercity.com

скругленными углами (рис. 10). Верхняя часть оболочки, по форме приближающаяся к оболочке вращения с эллиптической образующей, плавно сопрягается с нижней частью сооружения, выполненной в форме цилиндрической поверхности с направляющей многоцентрковой кривой. Оболочка

представляет собой единую тонкостенную пространственную конструкцию, в нижней части которой вырезано восемь арочных проемов. Покрытие этого культового здания с позиции чисто инженерного искусства демонстрирует широкие возможности архитектуры оболочки как пластической формы, не связанной жестко с определенными простейшими геометрическими формами.

Эд. Торроха (Е. Тогоја, Испания) в проекте часовни использовал эллипсоидальный купол вращения, который опирается на восемь элементов, вытянутых по вертикали и повторяющих в уменьшенном масштабе форму основного купола (рис. 11).

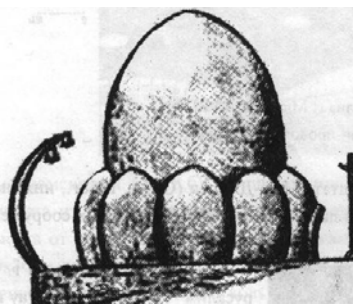


Рис. 11. Эскиз часовни, предложенный Эд. Торрохой

В технической литературе есть описание способов сооружения куполов эллипсоидальной формы с использованием технологического приема размещения слоя бетонной массы и стальной арматуры на многократно используемой пневматической мембране.

#### ***Эллипсоид вращения в конструкции резервуаров и сосудов***

Тонкостенные составные оболочки вращения с эллипсоидальными элементами широко применяются в химическом, металлургическом и транспортном машиностроении, в строительстве и других отраслях народного хозяйства. Эллипсоид вращения можно увидеть в очертании днища и крышки цилиндрической вертикальной вакуумной камеры, применяемой в строительстве. Очень близки по форме к эллипсоидам вращения, но не являются ими, каплевидные резервуары.

Рассмотрим еще одну область применения формы эллипсоидов вращения, это – сосуды давления, резервуары для хранения воды и другие емкости. С точки зрения прочности тонкостенные эллипсоиды вращения являются наиболее оптимальными, но и архитектура этих тонкостенных конструкций также должна удовлетворять эстетическим требованиям.

Проектированием резервуаров в форме эллипсоидов вращения занимаются многие фирмы, в том числе Compliance Resource Center, ICEM Engineering Company Ltd (рис. 12), AEA Technology (The innovation business), Pittsburgh Tank and Tower Co (рис. 13) и многие другие.



Рис. 12. Заготовка для емкости

В последние годы появилось много интересных предложений по



Рис. 13. Водонапорная башня

применению эллипсоидов вращения. Развитие современных технологий, появление новых материалов позволяет архитекторам использовать в проектировании современных сооружений новые формы и новое их воплощение, как это было предложено Компанией «Архитектурные Фасадные Технологии» для автоцентра «ТОУОТА-Измайлово» (рис. 14). Этой компанией были произведены работы по возведению вентилируемых фасадов и светопрозрачных ограждающих конструкций здания. Общая концепция здания предусматривала пересечение эллипсоида вращения и остроугольных геометрических фигур, а также сочетание прозрачных и непрозрачных материалов поверхностей. В



Рис. 14. Автоцентр «ТОУОТА-Измайлово» (Москва)

качестве заполнения конструкции выставочного помещения использовались стеклопакеты с различной плотностью тонировок, с градацией синего цвета. Идея зеркальных фасадов реализована с применением закаленного стекла, тонированного по массе.

Архитектурно-художественная концепция культурно - оздоровительного комплекса с аквапарком «НЛО» (рис. 15, [www.akwapark.com](http://www.akwapark.com)), пред-

ложенная фирмой «Architecture Design Engineering» предусматривает использование образа эллипсоида вращения. Предлагаемая форма определяет

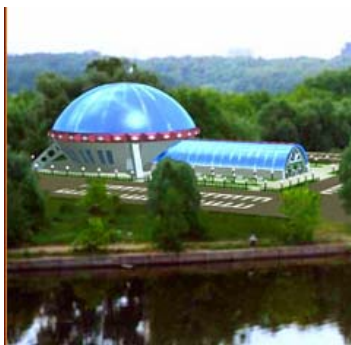


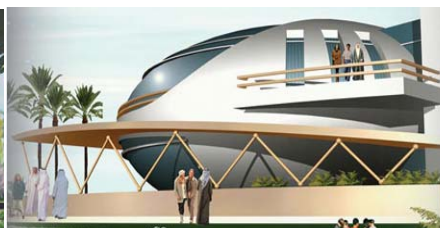
Рис. 15. Архитектурно - художественная концепция культурно-оздоровительного комплекса с аквапарком «НЛО» («Architecture Design Engineering»)

не только архитектуру, но и характер инженерного сооружения, отвечающего, по мнению авторов проекта, требованиям рациональности, функциональности и оптимальности. Здание имеет 5 точек опоры. Такое решение позволяет возводить конструкцию здания в сильнопересеченной местности, в горах. При правильном расчете теплоизоляции объект можно возводить как в субтропической зоне, так и в северных широтах.

Восхищают своей оригинальностью проекты фирмы «High Rise Real Estate» (Дубай, ОАЭ), архитекторы которой используют эллипсоиды вращения в каче-



а) «Поворачивающаяся вилла»



б) «Летающая вилла»

Рис. 16. Проекты фирмы «High Rise Real Estate» (Дубай, ОАЭ)

стве исходного образа своих фантастических замыслов (рис. 19). Время покажет, реально ли воплотить их идеи на практике.

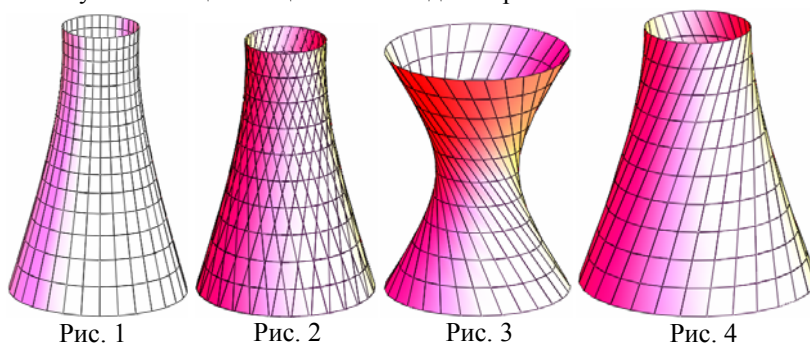
## Лекция 5

### ОБОЛОЧКИ В ФОРМЕ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА ВРАЩЕНИЯ

#### Способы задания и формообразование поверхности

Сооружения в форме однополостных гиперboloидов вращения широко применяются в мировой строительной практике. Основной областью применения таких форм является промышленное строительство, однако имеются примеры и гражданских сооружений. Поверхность однополостного гиперboloида вращения можно видеть в очертаниях вытяжных башен градирен, водонапорных и радиотрансляционных башен, опор линий электропередач. Тонкостенные оболочки указанного типа входят в конструкцию

железобетонных резервуаров для хранения воды, дымовых труб, составляют основу композиции общественных зданий различного назначения.



Успешное использование гиперболических оболочек вращения в строительстве обусловлено особенностью их геометрии. Однополостный гиперboloид вращения есть *единственная линейчатая поверхность вращения общего вида*, которая может вырождаться в цилиндр, конус или плоскость. Однополостный гиперboloид вращения может быть получен также путем вращения гиперболы

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

обращенной выпуклой стороной к оси вращения  $Oz$  (рис.1) и расположенной в плоскости  $xOz$ . Гипербола будет являться меридианом этой поверхности. Однополостный гиперboloид вращения является дважды линейчатой поверхностью. Через любую точку поверхности проходят две прямые, целиком лежащие на этом гиперboloиде (рис. 2). Возможность линейного построения имеет большое практическое значение, так как это позволяет оптимально размещать арматуру в монолитных железобетонных оболочках.

Однополостный гиперboloид вращения может быть задан в неявной форме:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

или в параметрической форме:

$$x = x(u, v) = -a \sin u \pm av \cos u; y = y(u, v) = a \cos u \pm av \sin u;$$

$$z = z(v) = \pm cv.$$

Если  $a = c$ , то гиперboloид называется *правильным*.



Координатные линии  $v$  ( $u = \text{const}$ ) совпадают с одним семейством прямых линий, а линии  $u$  являются параллелями однополостного гиперboloида вращения.

На рис. 3 гиперboloид показан с учетом верхних знаков в параметрических уравнениях поверхности, а на рис. 4 – с учетом нижних знаков.

Имеются и другие формы задания рассматриваемой поверхности.

Однополостный гиперboloид вращения – поверхность отрицательной гауссовой кривизны, поэтому он будет лежать по обе стороны своей касательной плоскости.

Гипербolicеская форма тонкостенных сооружений создает им оптимальные условия для аэродинамики, прочности и устойчивости.

В России появление конструкций в форме однополостных гиперboloидов вращения связывают с именем выдающегося инженера В.Г. Шухова, который еще в 1896 г. спроектировал и осуществил покрытия инженерно-строительных павильонов Всероссийской художественной и промышленной выставки в Нижнем Новгороде. Пространственная сетка этих поверхностей представляла собой поверхность однополостного гиперboloида, она была выполнена из взаимно пересекающихся лент полосовой стали. Наиболее полной работой по истории развития гиперboloидных конструкций в отечественном строительстве является монография И.А. Петропавловской [25] с 684 наименованиями библиографии. В этой книге рассмотрены факты истории их применения, представлен анализ процесса их совершенствования.



Рис. 5. Водонапорная башня Шухова в форме однополостного гиперboloида вращения

#### **Примеры сооружений в форме однополостных гиперboloидов вращения**

##### ***Отечественный опыт строительства***

В самом конце 19 века В.Г. Шухов построил и первую в мире решетчатую гиперboloидную башню (рис. 5). Хорошо известна также и самая высокая из многосекционных шуховских конструкций – ажурная радиобашня на Шаболовке в Москве высотой 160 м, построенная в 1919—1922 гг, которая является шедевром русского авангарда и выдающимся достижением инженерной мысли начала XX века. Первоначальный проект предусматривал расчетную высоту башни – 350 м.

В 1950-1960 годах в нашей стране получили наибольшее распространение гиперболические градирни с монолитной железобетонной башней, возводимые по проектам института «Теплоэлектропроект». Типовая градирня имела общую высоту над уровнем земли 55,3 м; диаметр оболочки по нижнему контуру 47,4 м, по верхнему краю 26,16 м. Раскосная железобетонная решетка башни состоит из 36 элементов восьмигранного сечения. Они выполнялись в сборном железобетоне в виде отдельных колонн. В верхней части решетки устраивалось опорное кольцо из монолитного железобетона, в котором заделывалась арматура сборных элементов решетки. В верхней части оболочки устраивалось кольцо жесткости. Оболочка выполнялась из бетона марки 200 на портландцементе марки 400-500.

В конце 80-х годов были возведены гиперболические градирни на Ровенской и Чернобыльской АЭС (Украина), Зуевской ГРЭС-2 (Украина) (рис. 6). Эти градирни имеют общую высоту 150 м, высота без учета колоннады – 140 м, внешний диаметр фундамента – 124,1 м, диаметр верхнего края – 65,8 м. Верхняя часть оболочки имеет постоянную толщину 20 см. Для оболочки применялся бетон марки М-300, Мрз-300, В-8. Рабочая арматура класса А-III.

Ровенская, Ново-Ангренская, Запорожская, Чернобыльская градирни были запроектированы Ленинградским отделением Института «Атомэнергопроект», а оборудование и технология – Институтом «Гидроспецпроект». Строил эти градирни через свои специализированные управления ВО «Союзгидроспецстрой».

При строительстве градирен Ровенской АЭС впервые в практике строительства градирен был применен бетонораздаточный комплекс с применением башенного крана и бетононасоса с раздачей бетона через башню и стрелу крана по периметру сооружения.

Перечислить все возведенные гиперболические градирни не представляется возможным ввиду их большого количества. Однако вышеприведенные примеры дают достаточно полное представление о состоянии этого вопроса в конце 20-го века. В настоящее время градирни в России не строят.



Рис. 6. Градирни Зуевской ГРЭС-2

В ГрузНИИЭГС был разработан проект опоры ЛЭП высокого напряжения в форме однополостного гиперboloида вращения, причем его меньший диаметр лежит в основании башенной опоры. А.С. Кубанеишвили (ГрузНИИЭГС) приводит примеры использования формы однополостного гиперboloида вращения для арочной плотины [26] и высокой дымовой трубы [27] из предварительно напряженного сборного железобетона.

Гиперболические оболочки вращения находят применение и в гражданском строительстве, позволяя создавать архитектурно выразительные здания. Например, срединная поверхность керамзито-железобетонной монолитной оболочки, внутри которой размещается музей-панорама «Сталинградская битва» (г. Волгоград) имеет форму однополостного гиперboloида вращения (рис. 7) и задается уравнением

$$(x^2 + y^2)/20,55^2 - z^2/27,621^2 = 1.$$

Эта оболочка толщиной 50 см имеет диаметр верхнего края и в основании соответственно 41,374 м и 51,45 м. Ее высота – 24,6 м. Проектирование осуществлялось «Волгоградгражданпроектом». Строительство велось с 1967 по 1973 г; официальное открытие панорамы – в 1982 году (арх. В.Е. Масляев и др.).



Рис. 7. Общий вид здания музея-панорамы «Сталинградская битва»

#### ***Зарубежное строительство***

Среди крупных сооружений гражданского назначения представляет интерес здание планетария в г. Сан-Луи (США), выполненное в виде оболочки с поверхностью однополостного гиперboloида вращения (рис. 8). Планетарий построен в конце 50-х годов. Оболочка поддерживается 12 опорами. Под отверстием крыши размещается платформа для наблюдений. Сочетание оболочек двух типов – нижняя сферической железобетонной и



верхней сетчатостержневой структуры в форме гиперболоидов вращения было использовано в проекте покрытия спортивной арены (рис. 9) в г. Бусто-Арсизии (Италия, 1960г; авт. Е. Кастильони, Д. Бруджетти, Б. Паски).

Трибуны ипподро-

ма Зарзуэла в Мадриде, арх. Домингуец и Арничес, инж. проф. Х.А. Торроха) защищены от солнца волнообразным навесом, железобетонные элементы которого имеют поверхность однополостного гиперболоида вращения.

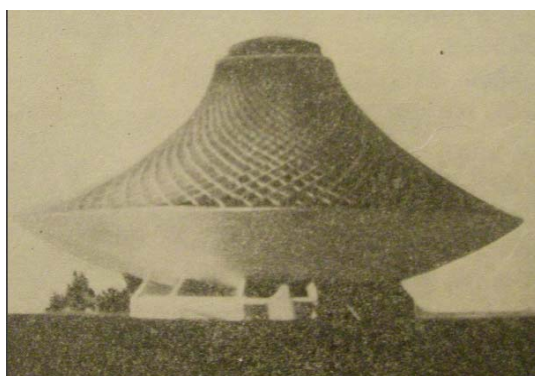


Рис. 9. Проект покрытия спортивной арены в г. Бусто-Арсизии (Италия) [24]

рается на центральный устой, состоящий из Оболочка имеет форму гиперболоида вращения (рис. 10). В результате предварительного напряжения верхнего края оболочка испытывает только сжимающие напряжения, что позволило ограничиться очень слабым армированием. Два



Рис. 8. Здание планетария в г. Сан-Луи (США)

Вылет навеса в сторону ипподрома составляет 12,81м. Толщина оболочки наружного края 5см. Навес опирается на предварительно напряженные стойки и поддерживается с тыльной стороны трибун растянутыми затяжками. Оболочка из преднапряженного бетона, образующая покрытие рынка в г. Со (Sault, Франция, арх. Андро, инж. Бушери), опирается на центральный устой, состоящий из

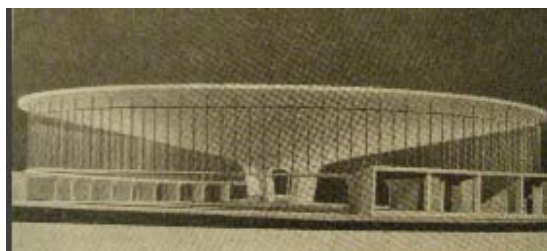


Рис. 10. Крытый рынок в г. Со (Франция)

пучка предварительно напряженной арматуры находятся в средней зоне

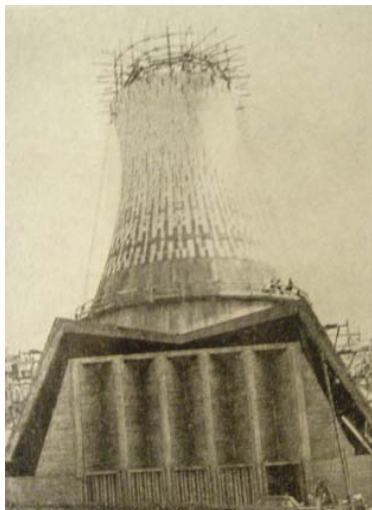


Рис. 11. Центральная монолитная железобетонная башня церкви в г. Алжире

корпус (1958 г., арх. Фаркас) имеет шедовую крышу, образованную из железобетонных оболочек в форме гиперboloидов вращения размерами 11×30м (рис. 12). Каждый элемент крыши состоит из двух плоских круговых несущих арок и оболочки, имеющей гиперболическую поверхность, обращенную выпуклостью вниз. Такая форма с повышенными бортами способствует организованному стоку воды.

Несущие элементы здания католического собора в г. Бразилиа (Бразилия, арх. Оскар Нимейери) совпадают с гиперболическими меридианами однополостного гиперboloида вращения (рис. 13).

К уникальным сооружениям башенного типа, в основу формообразования которых положен однополостный гиперboloид вращения, можно отнести Сиднейскую телебашню (Австралия, рис. 14); 108- метровую

оболочки, два других пучка расположены в наружной зоне и противостоят деформациям, которые вызываются подвесным остеклением по контуру здания. Конструкция оболочки в значительной мере исключает образование трещин, которые могли бы появиться под влиянием несимметричной нагрузки солнечного нагрева и других причин, поэтому удалось достигнуть водонепроницаемости всей конструкции.

Центральная железобетонная башня над церковью в г. Алжир (Алжир, арх. Герба и Лекутер, инж. Сарже) также имеет форму гиперboloида вращения (рис. 11). Центральная башня опирается на четыре рамы с наклонными стойками. Центральная башня бетонировалась при помощи передвижной опалубки участками по 45см в день.

Построенный в Венгрии фабричный

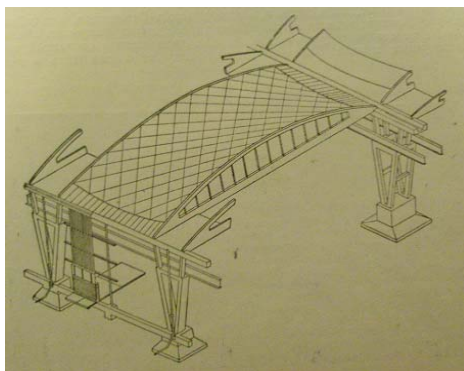


Рис. 12. Аксонометрическая схема элемента покрытия фабричного корпуса (Венгрия)



Рис. 13. Собор в г. Бразилиа (Бразилия)

башню в порту Кобе (Япония, рис. 15), построенную по проекту компании Nikken Sekkei в 1963 году, а также 610-метровую сетчатую башню в Гуанчжоу (Китай, рис. 16), которая возводится компанией ARUP.

Идея В.Г. Шухова о создании опорной части водонапорных башен из решетчатых конструкций, стержни которых совпадают с прямолинейными образующими однополостного гиперboloида вращения, была использована при проектировании башни в Цыхануве (Польша, рис. 17) и во многих других сооружениях.

Конструкции в форме однополостного гиперboloида вращения впоследствии использовали многие великие архитекторы, в том числе Гауди, Ле Корбюзье и Оскар Нимейер.



Рис. 14. Сиднейская телебашня (Австралия)



Рис. 15. Башня в порту Кобе (Япония)



Рис. 16. Башня высотой 610 м в Гуанчжоу (Китай)

Помимо сооружений, представленных в экспозиции, в действительности построено намного больше промышленных, гражданских и культовых сооружений в форме цельного гиперboloида вращения или с использованием его фрагментов. Сооружения, показанные на рис. 7–17, дают представление о возможностях формы однополостного гиперboloида вращения.



Рис. 17. Гиперboloидная башня в Цыхануве (Польша)  
Диаметр нижнего опорного кольца – 133,7м, а диаметр верхнего края – 83,74м. оболочка имеет два кольца жесткости высотой 0,4 м и шириной 1,25 м.

Гради́рня Isar II высотой 165,5м с диаметрами основания и верхнего края соответственно 145,4 м и 86,5 м имеет три кольца

Рассмотрим еще одну область применения рассматриваемой формы на примерах градирен, построенных за рубежом. Отечественный опыт рассматривался ранее.

В западной Европе гиперболические градирни в системах технического водоснабжения крупных ТЭЦ и АЭС начали сооружать значительно раньше, чем в нашей стране. Уже в 1915 г. голландские инженеры Итерсон и Куйпер построили градирню высотой 35 м с вытяжной башней гиперболической формы из монолитного железобетона.

Гради́рня Doel III, построенная в Бельгии, имеет общую высоту 167,45м (рис. 18).



Рис. 18. Гради́рня Doel III (Бельгия) высотой 167,45м.

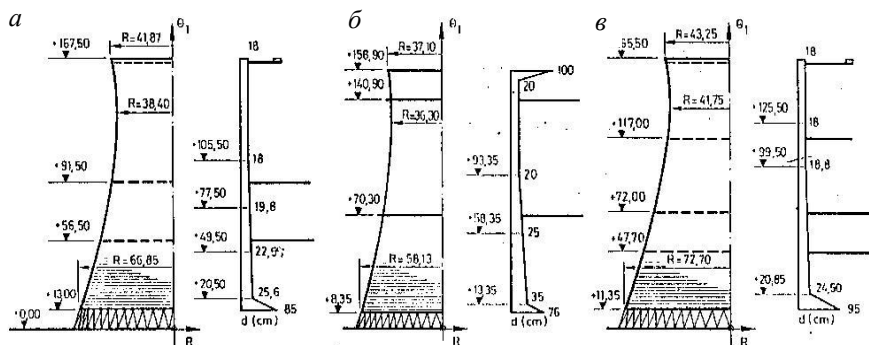


Рис. 19. Основные размеры градирен [28]: а – Doel III, б – Mississippi I, в – Isar II

жесткости по высоте сооружения. Верхнее кольцо жесткости имеет размеры  $b \times h = 0,91 \times 0,40$  м, среднее –  $1,40 \times 0,40$  м, нижнее  $1,39 \times 0,40$  м. На рис. 19 даны габаритные размеры, толщины стенок оболочек и места расположения колец жесткости градирен Doel III, Mississippi I и Isar II.

В настоящее время достигнута предельная высота железобетонных градирен в 200 м. Рост габаритов градирен не остановил даже целый ряд происшедших аварий и катастроф этих сооружений. Известен случай одновременного разрушения 3-х из восьми рядом стоящих градирен высотой 114 м во время сильного ветра в г. Феррибридж (Англия) 1 ноября 1965 г. (рис. 20) [29].

Самая большая катастрофа произошла на строительстве железобетонной градирни в г. Уиллоу-Айленде (штат западная Виргиния, США) 27 апреля 1978 года здесь обрушилась часть одной из двух гиперболических градирен ТЭЦ Плезенте-Стейшн. Проектная высота градирен – 131 м, обрушившаяся градирня была выведена до высоты 109,1 м. Эксперты национального бюро стандартов США в результате исследований подтвердили, что причиной катастрофы была преждевременная передача строительных нагрузок на стенку оболочки до того как бетон замкнутого яруса получил достаточную прочность для восприятия этих нагрузок.



Рис. 20. Общий вид градирен в г. Феррибридж после штормового ветра [30]

### Выводы

Рассмотренные тонкостенные конструкции и сооружения прочно занимают свою нишу в архитектуре общественных и промышленных зданий. Примеры возведенных гиперболических оболочек показывают высокий уровень достижений строительной техники и науки. При разработке большепролетных зданий специалисты будут не раз обращаться к пространственным конструкциям с поверхностью однополостного гиперболоида, которые дают возможность удачно и экономично решать функциональные и эстетические задачи.

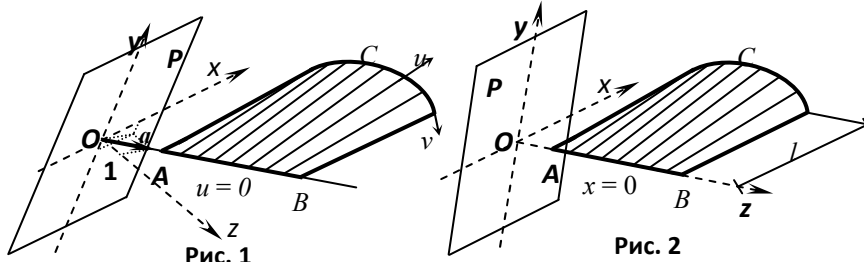


## Лекция 6

### КОНОИДЫ

#### Общие сведения по геометрии коноидов

*Коноид* – поверхность Каталана, все прямолинейные образующие которой пересекают фиксированную прямую – *ось коноида*. *Поверхность Каталана* – линейчатая поверхность, прямолинейные образующие которой параллельны одной и той же *плоскости параллелизма*.



Таким образом, коноид – это линейчатая поверхность (рис. 1), образованная движением прямой, которая остается параллельной фиксированной плоскости  $P$ , пересекает неподвижную прямую  $AB$  (ось коноида) и неподвижную направляющую кривую  $C$ . Предполагается, что прямая  $AB$  не пересекает кривую  $C$ , но пересекает плоскость  $P$ . Простейшим коноидом является *гиперболический параболоид*, который образуется прямой, которая движется по двум скрещивающимся прямым, оставаясь параллельной неподвижной плоскости. В некоторых публикациях коноиды называют *клиновидными поверхностями*.

Коноиды можно задать при помощи параметрических уравнений

$$x = x(u, v) = u \cos v + \alpha f(v), \quad y = y(u, v) = u \sin v + \beta f(v),$$

$$z = z(v) = \gamma f(v),$$

где  $\{\alpha, \beta, \gamma\}$  – единичный вектор, имеющий направление оси коноида;  $f(v)$  – некоторая функция. Если принять  $\alpha = \beta = 0, \gamma = 1$ , то получим *прямые коноиды*. Коноид, у которого фиксированная прямая (ось) перпендикулярна плоскости параллелизма, называют *прямым коноидом*. Прямой коноид с  $f(v) = av$  есть *прямой геликоид*.

Предположим, что прямая  $AB$  совпадает с координатной осью  $Oz$ , а кривая  $C$  лежит в плоскости  $x = l$  (рис. 2), то есть  $l$  – расстояние от оси коноида до плоскости, где лежит направляющая кривая  $C$ . Пусть  $f(z)$  – уравнение направляющей кривой  $C$ , тогда поверхность коноида можно задать в явной форме:  $y = xf(z)/l$ .

#### Виды и формы задания коноидов

На настоящее время в научно-технической литературе есть описания 12 видов коноидов, в число которых входят прямой геликоид и гиперболи-

ческий параболоид. Эти две поверхности будут рассмотрены в соответствующих лекциях, а мы остановимся на характеристике оставшихся десяти коноидальных поверхностей.

### Параболический коноид

Параболический коноид – линейчатая поверхность, образованная движением прямой, которая пересекает неподвижную прямую и неподвижную направляющую параболу (рис. 3, а). Образующая прямая остается параллельной фиксированной плоскости. Причем фиксированная плоскость перпендикулярна плоскости, в которой находится направляющая парабола и проходит через ось параболы. Направляющая прямая перпендикулярна фиксированной плоскости.

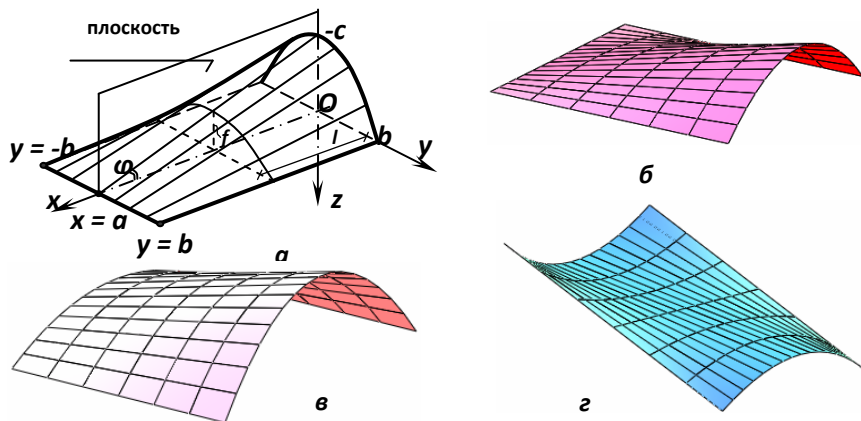


Рис. 3

Параболический коноид имеет явную форму задания (рис. 3, б, в):

$$z = c(y^2 - b^2)(a - x)/(ab^2), \quad a, b, c \neq 0. \quad (1)$$

Плоскость параллелизма задается уравнением  $y = y_0 = \text{const}$ . В сечении параболического коноида плоскостью  $x = l$ , получаются параболы:

$$z = \frac{c(a-l)}{ab^2}(y^2 - b^2) = \frac{f}{b^2}(y^2 - b^2),$$

где  $f$  – расстояние от вершины параболы, получающейся в сечении плоскостью  $x = l$ , до плоскости  $z = 0$  (стрела подъема). Коноид перекрывает прямоугольный план с размерами  $2b \times a$ .

В некоторых работах используют другое явное уравнение (рис. 3, в):

$$z = -c(1 - gx/l)(1 - y^2/b^2), \quad \text{где } g = 1 - f/c, \quad c > f.$$

Здесь коноид задан двумя направляющими параболой с координатами их вершин:  $(0; 0; -c)$  и  $(l; 0; -f)$ , где  $l$  – расстояние между плоскостями, в

которых лежат направляющие параболы. Параболический коноид перекрывает прямоугольный план  $2b \times l$ .

И, наконец, можно применять еще одну явную форму задания коноида:

$$z = -\frac{xc}{a} \left( 1 - \frac{4y^2}{d^2} \right).$$

В этом случае, в отличие от рис. 3,  $a$ , начало декартовой системы координат (точка  $O$ ) располагается на направляющей прямой, а  $d = 2b$ . Коноид перекрывает прямоугольный план  $d \times a$ .

Угол наклона прямой образующей, проходящей через вершину направляющей параболы, можно найти по формуле:

$$\operatorname{tg} \varphi = c/a = (c - f)/l.$$

#### **Коноид с направляющей окружностью**

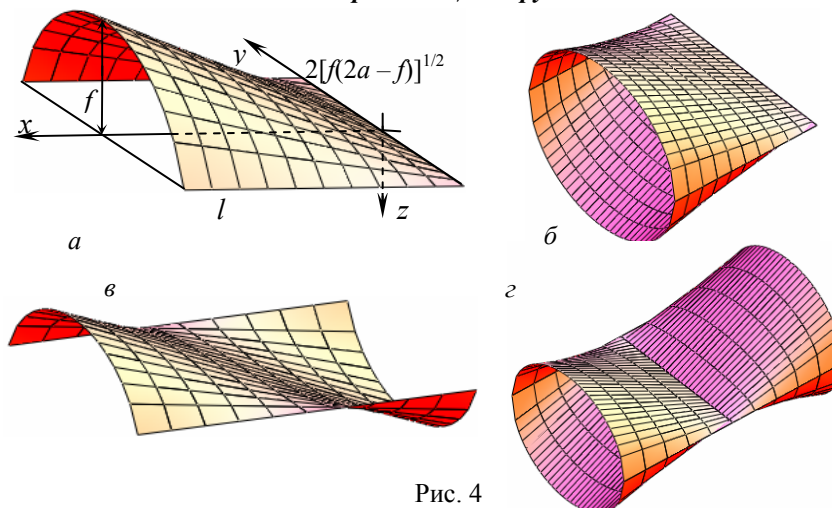


Рис. 4

Коноид с направляющей окружностью – линейчатая поверхность, образованная движением прямой, которая пересекает неподвижную прямую (*ось коноида*) и неподвижную направляющую окружность (рис. 4, *а*). Образующая прямая остается параллельной фиксированной плоскости (*плоскости параллелизма*). Причем фиксированная плоскость перпендикулярна плоскости, в которой находится направляющая окружность, и перпендикулярна оси коноида, то есть коноид с направляющей окружностью является *прямым коноидом*. Явное уравнение коноида с направляющей окружностью (рис. 4, *а*) имеет вид:

$$z = \frac{x}{l} \left( a - f - \sqrt{a^2 - y^2} \right), \quad (2)$$



где  $a$  – радиус направляющей окружности;  $y \leq a$ ;  $f$  – расстояние от вершины окружности, лежащей в плоскости  $x = l$ , до плоскости  $z = 0$  (стрела подъема). Коноид перекрывает прямоугольный план с размерами

$$l \times 2\sqrt{f(2a-f)}; \quad -\sqrt{f(2a-f)} \leq y \leq \sqrt{f(2a-f)}.$$

Плоскость параллелизма задается уравнением  $y = y_0 = \text{const}$ . На рис. 1,  $a$  показан коноид с  $f < a$ ,  $0 \leq x \leq l$ ; на рис. 4,  $b$  –  $f = a$ ,  $z = \mp x\sqrt{a^2 - y^2}/l$ ,  $0 \leq x \leq l$ ; на рис. 4,  $c$  –  $f < a$ ,  $-l \leq x \leq l$ ; на рис. 4,  $d$  –  $f = a$ ,  $z = \mp x\sqrt{a^2 - y^2}/l$ ,  $-l \leq x \leq l$ . В сечении коноида с направляющей окружностью, изображенного на рис. 4,  $b$ , плоскостью  $x = x_0$ , получаются эллипсы  $z^2 l^2 / (a^2 x_0^2) + y^2 / a^2 = 1$  с полуосями  $a$  и  $ax_0/l$ . В сечениях  $y = y_0 = \text{const}$  лежат образующие прямые

$$z = x \left( a - f - \sqrt{a^2 - y_0^2} \right) / l.$$

Коноид с направляющей окружностью является поверхностью отрицательной гауссовой кривизны, которая задана в криволинейных неортogonalных несопряженных координатах  $x, y$ .

В научной литературе описывается также коноид с направляющей цепной линией, прямой синусоидальной коноид, прямой коноид с направляющей параболой, ось которой параллельна оси коноида; коноид Плюккера, коническая кромка Уоллиса, коноид Циндлера (рис. 5) и эвольвентный коноид. Интересующихся этими формами можно отправить к энциклопедии [3].

#### Примеры использования коноидальной поверхности

Шедовые покрытия промышленного назначения дают возможность лучше освещать интерьеры помещений. Их форма обеспечивает удаление газа или задымления из перекрываемого участка. М. Михайлеску [31] считает, что с конструктивной точки зрения коноидальные шедовые покрытия более рациональны, чем цилиндрические. Арка, подъем которой составляет не менее  $1/5$  пролета, образует перемычку окна. Недостатком седловидной формы окон состоит в неравномерной освещенности рабочей поверхности помещения. Коноид работает главным образом на сжатие в поперечном направлении. Коноидальные покрытия устраивают *одноволновыми* и *многоволновыми*. Оболочки коноида обычно имеют пролеты до 12 м. Принци-

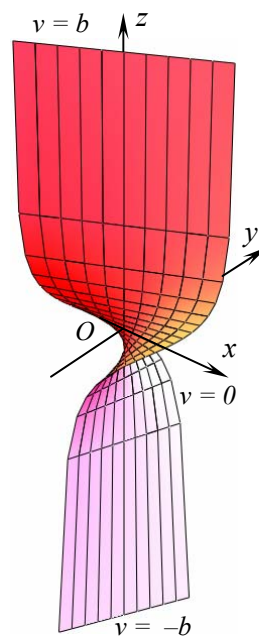


Рис. 5

пы формообразования коноидальных оболочек позволяют принять в качестве опор на противоположных сторонах арки и гибкие стены.

На рис. 6 показана модель оболочки, состоящей из 4-х коноидов обще-

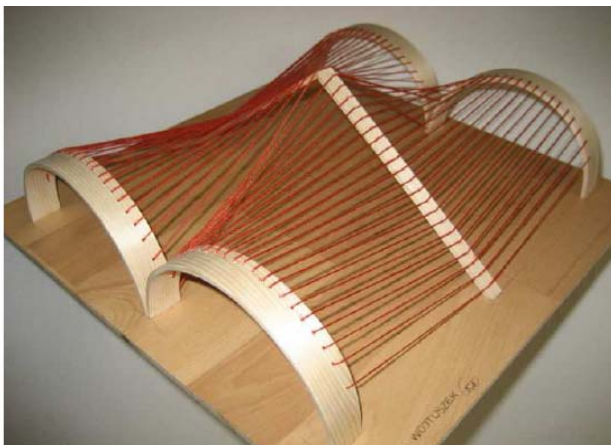


Рис. 6. Модель оболочки, состоящей из 4-х коноидов

го вида. На практике железобетонные коноидальные оболочки с двумя направляющими кривыми применены в шедовой конструкции перекрытия локомотивного депо [32]. Толщина оболочки была принята 6 см. Длина оболочки в направлении прямой образующей 12,5 м, а в другом направлении – 16,5 м.

В 1908 г. испанский архитектор Гауди принял предложение запроектировать оригинальную, но очень дешевую школу для детей рабочих. Гауди решил сделать покрытие школы в форме коноида (рис. 7). Стены школы были возведены из кирпича без облицовки. Две внутренние стены делили школу на три классные комнаты, а три двойные Т-образные металлические балки поддерживали покрытие коноидальной формы и опирались на металлические пилястры. В дальнейшем это сооружение некоторыми архитекторами было названо гениальным.

Собор с применением коноидальных оболочек значительных размеров построен в Канаде. Самая большая оболочка проектируется в горизонтальной плоскости на трапецию высотой 11м. Ширина большего основания трапеции – 47,4 м, меньшего – 27 м. Направляющие кривые имеют близкое к веревочной кривой параболическое очертание (рис. 8).

Шедовые покрытия, образованные поверхностью конои-



Рис. 7. Школа для детей рабочих с коноидальной крышей (Испания)

да, по расходу железобетона менее экономичны, чем шеды из эллипсоидальных оболочек. Б.К. Чаттерджи [33] считает, что шедовые коноидальные покрытия более экономичны, чем простые шедовые покрытия в виде бочарных сводов. В оболочечную конструкцию католического собора в Орсе (Дания) входят два участка коноидальных поверхностей, (рис. 9).

Коноидальные покрытия можно делать из фанеры, армированного пластика, алюминиевого или стального листа.

Конструкторы фирмы «Gammon» (Индия) революционизировали конструкции промышленных зданий, впервые применив



Рис. 8. Католический собор в Канаде



Рис. 9. Два участка коноидальных поверхностей в конструкции собора в Орсе (Orsova), Румыния

для коноидальных крыш предварительно напряженные сборные элементы.

Коноидальная форма может быть рекомендована для стен, воспринимающих горизонтальные давления. Стены, показанного на рис. 10 склада для хранения соли навалом высотой до 6 м были выполнены в виде коноидов (арх. Рубан). Выгодность такой конструкции состоит в том,

что давление сыпучего тела повышает жесткость самих коноидальных стен.

Из коноидов могут быть образованы консольные навесы (например, открытый товарный склад в Мехико, 1952 г., арх. Кандела и Рекамье), тенты для защиты от солнца (козырек здания в Мехико, 1955г., арх. Кандела и Прието; открытый навес из консольных коноидальных оболочек в спортивном центре Гаваны, Куба). Коноидальные навесы применены также в Оклендском международном аэропорту (Oakland, штат Калифорния, США). Сетка колонн – 15×7,5 м, вылет навеса равен 7,5 м (рис. 22) [34].

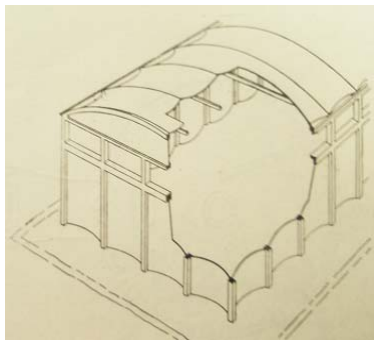


Рис. 10. Здание склада  
(Чехословакия)



Рис. 11. Коноидальные навесы в  
Оклендском международном  
аэропорту (США)



Рис. 23. Проект фабричного здания  
площадью 10000 м<sup>2</sup> [35]  
(арх. Webb Yates, Испания)

Хотя в некоторых публикациях отмечается, что коноидальные покрытия имеют ограниченное применение, в настоящее время имеются проекты, готовые к внедрению (рис. 12). Помимо упомянутых выше стран, коноидальные оболочки применялись также в СССР, Польше, Чехословакии, Франции и Италии при величине пролетов от 18 м до 60 м.

## Лекция 7

### ТЕРМИНОЛОГИЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЦИКЛИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Одно семейство образующих кривых в циклических поверхностях представляют собой окружности постоянного или переменного радиуса, что значительно удешевляет стоимость и упрощает процесс изготовления тонких оболочек в форме этих поверхностей без снижения эксплуатационных возможностей. Однако до середины 20 века точный аналитический метод расчета циклических оболочек был заменен приближенным расчетом относительно простых систем, на которые можно было расчленить конструкцию. Широко применялось исследование конструкции на моделях. Инженеры, механики и архитекторы, используя только приближенные методы расчета, в основном проведенные на основании интуитивных соображений, создали немало интересных конструкций и сооружений в форме циклических поверхностей.

Из циклических поверхностей наиболее известны и широко используются поверхности вращения, круговые винтовые поверхности и трубчатые поверхности с произвольной плоской линией центров, но до 1990 года в российской и зарубежной литературе редко встречались материалы по расчету трубчатых оболочек.

Циклическая поверхность образуется движением окружности переменного или постоянного радиуса по произвольному закону в пространстве (рис. 1). Уравнение циклической поверхности в векторной форме имеет вид

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = \boldsymbol{\rho}(u) + R(u)\mathbf{e}(u, v), \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}(u, v)$  – радиус-вектор циклической поверхности;  $\boldsymbol{\rho}(u)$  – радиус-вектор направляющей кривой (линии центров образующих окружностей);  $R(u)$  – закон изменения радиуса образующих окружностей;  $\mathbf{e}(u, v)$  – вектор-функция окружности единичного радиуса в плоскости образующей окружности с нормалью  $\mathbf{n}(u)$  (рис. 2);  $\mathbf{e}_0(u)$ ,  $\mathbf{g}_0(u)$  – орты прямоугольной системы координат в плоскости образующей окружности;  $v$  – полярный угол в плоскости образующей окружности.

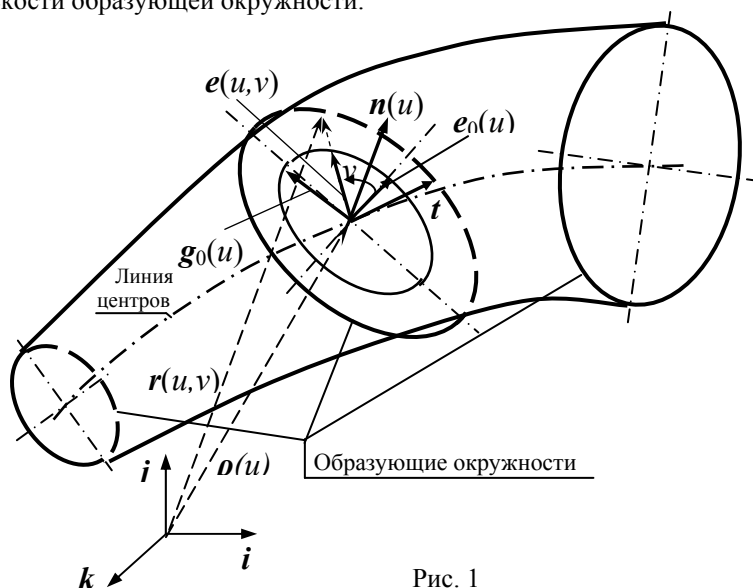
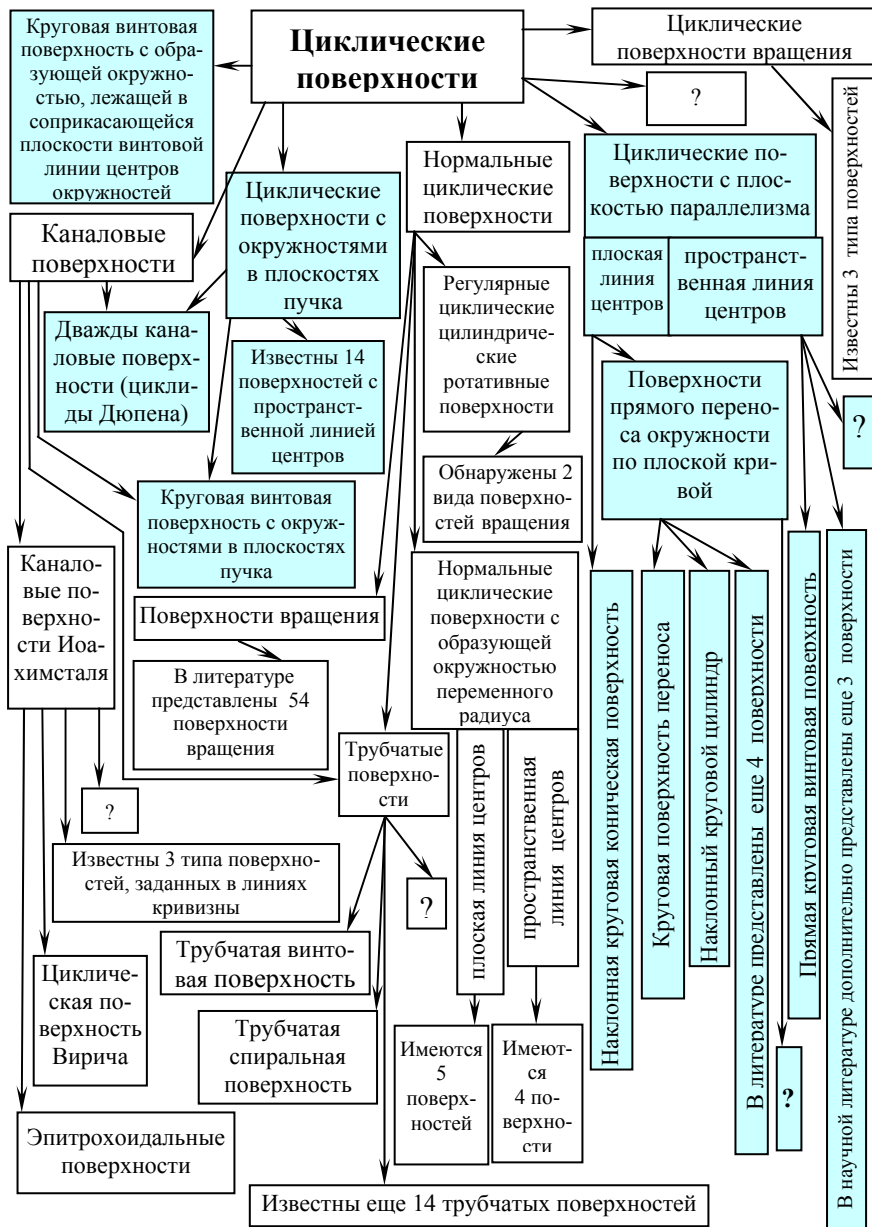


Рис. 1

Классификация циклических поверхностей включает в себя как хорошо известные группы, так и циклические поверхности, известные узкому кругу геометров. Подразумевается, что некоторые циклические поверхности не вошедшие в классификацию, должны занять место в соответствующих пустых ячейках. Некоторые циклические поверхности одновременно входят и в другие классы поверхностей.

## Классификация циклических поверхностей





Как видно из классификации, класс «Циклические поверхности» включает в себя 6 подклассов. Каждый подкласс далее можно разделить на несколько групп поверхностей. Иногда одна и та же группа поверхностей может входить в разные подклассы. Например, группа «Поверхности вращения» входит одновременно в подклассы «Каналовые поверхности» и «Нормальные циклические поверхности», а группа «циклиды Дюпена» – в подклассы «Каналовые поверхности» и «Циклические поверхности с окружностями в плоскостях пучка». «Трубчатые поверхности» также одновременно входят в два подкласса.

#### Краткая информация о применении циклических изделий

Трубчатую винтовую поверхность можно видеть в очертаниях цилиндрических винтовых пружин, которые разделяются виду воспринимаемой нагрузки (рис. 2) и по конструкции. По виду воспринимаемой нагрузки пружины бывают винтовыми цилиндрическими сжатия (рис. 2, б), растяжения (рис. 2, в), кручения (рис. 2, г), коническими винтовыми сжатия (рис. 2, а) и плоскими спиральными. По виду поперечного сечения цилиндрические винтовые пружины бывают сплошные и пустотелые.



Рис. 2. Классификация пружин в зависимости от вида воспринимаемой нагрузки



Рис. 3. Оздоровительный комплекс «Ялта»  
[[«Всеслав-Донбасс»](#)]



Рис. 4. Фантазии архитектора  
[[www.skyscrapercity.com](http://www.skyscrapercity.com)]

Трубчатые спиралевидные и винтообразные поверхности широко используются при проектировании спусков в водных аттракционах. В качестве формы спускового желоба в аттракционе можно порекомендовать взять трубчатую поверхность на сфере или трубчатую локсодрому. Иногда трубчатая поверхность с произвольной линией центров используется как экзотический интерьер бассейна (рис. 3) или даже целого здания (рис. 4).

Более подробно на возможностях применения циклических поверхностей для проектирования объектов и изделий различного назначения будет рассказано на практических занятиях. Для самостоятельного изучения этого вопроса рекомендуется ознакомиться с учебным пособием [1].

## Лекция 8

### ВИНТОВЫЕ И ВИНТООБРАЗНЫЕ ОБОЛОЧКИ

Геометрией винтовых поверхностей начали заниматься еще в 18-м веке. Важный вклад в теорию винтовых поверхностей внесли Л. Эйлер (L. Euler), Г. Монж (G. Monge), Ж. Менье (J. Meusnier), Е. Каталан (E. Catalan), Г. Дарбу (G. Darboux), Д. Гильберт (D. Hilbert) и многие другие. Если линейчатые винтовые поверхности хорошо изучены, то круговые винтовые поверхности стали изучаться недавно. Пик публикаций по аналитическим методам расчета геликоидальных оболочек в линейной постановке пришелся на 50-е годы.

#### Классификация, терминология и геометрические исследования

Рассмотрим поверхности 2-х классов: винтовые и винтообразные. Выпишем определения некоторых поверхностей, которые входят в эти классы поверхностей.

*Винтовая поверхность (геликоид)* - это поверхность, образованная винтовым движением прямолинейной или криволинейной образующей.

*Прямой коноид* – это коноид, у которого прямолинейная направляющая перпендикулярна плоскости параллелизма. Прямой коноид называется *винтовым коноидом*, если его криволинейная направляющая представляет собой винтовую линию. Винтовой коноид чаще называют *прямым геликоидом*. Прямолинейная образующая прямого геликоида пересекает ось геликоида под прямым углом (рис.1). Прямой геликоид представляет собой *минимальную поверхность*. Честь открытия первых двух минимальных поверхностей нетривиального типа: прямого геликоида и катеноида принадлежит Ж. Менье (1776 г.). В 1842 г. Е. Каталан доказал, что прямой геликоид является единственной линейчатой минимальной поверхностью. Если прямой геликоид формируется с помощью двух соосных винтовых линий и плоскости параллелизма, тогда его иногда называют *винтовым цилиндроидом*.

*Косой геликоид* – это геликоид, прямолинейная образующая которого наклонена к оси (прямолинейной направляющей) под углом менее  $90^\circ$  и



перемещается, оставаясь параллельной образующим поверхности направляющего конуса (рис. 2).

*Конволютный геликоид* образовывается прямой линией  $AB$ , которая движется в пространстве, все время пересекаясь с винтовой линией и касаясь боковой поверхности прямого кругового цилиндра радиусом  $a$ . Ось

### ЛИНЕЙЧАТЫЕ ВИНТОВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

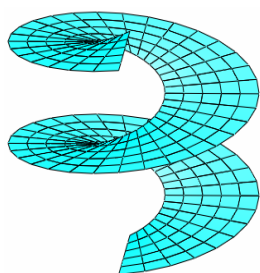


Рис. 1. Прямой геликоид

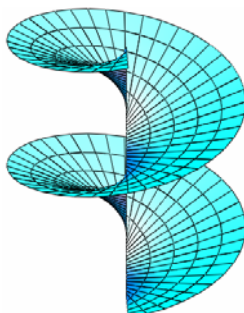


Рис. 2. Косой геликоид

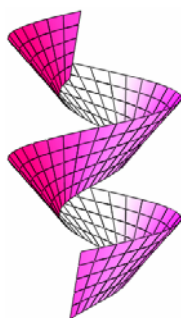


Рис. 3. Конволютный геликоид

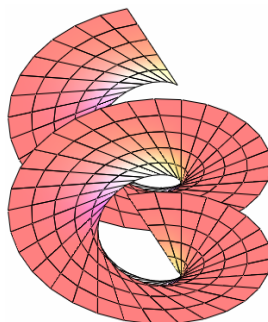


Рис. 4. Псевдо-развертывающийся геликоид

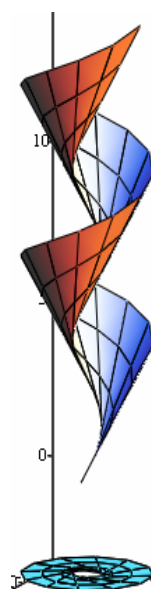


Рис. 5. Развертывающийся геликоид

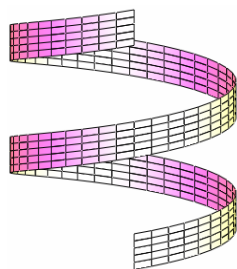


Рис. 6. Цилиндрическая винтовая полоса

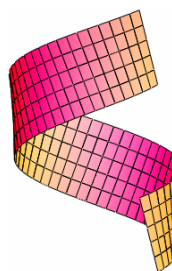


Рис. 7. Винтовая поверхность, образованная бинормальными цилиндрической винтовой линии

винтовой линии и цилиндра совпадают, а образующая прямая и ось скрещиваются не под прямым углом (рис. 3).

С.Ф. Пилипака ввел в рассмотрение новые винтовые линейчатые поверхности – *псевдо-торсовые винтовые поверхности*, которые в качестве направляющей кривой  $l$  имеют винтовую линию  $x = a \cos v$ ,  $y = a \sin v$ ,  $z = bv$  постоянного шага на цилиндре с радиусом  $a$ . Прямолинейная образующая, один конец которой движется по кривой  $l$ , все время остается параллельной плоскости  $xOy$ , причем проекция прямолинейной образующей на эту плоскость должна совпадать с проекцией соответствующей касательной к винтовой направляющей на ту же плоскость  $xOy$ . Таким образом, прямолинейная образующая при своем движении не будет пересекать ось геликоида (рис. 4).

*Развертывающийся геликоид (торс-геликоид)* образовывается касательными к винтовой линии на цилиндре (рис. 5). Л. Эйлер показал, что развертывающийся геликоид является поверхностью нулевой гауссовой кривизны, следовательно, он может быть развернут на плоскость без разрывов и складок.

*Цилиндрическая винтовая поверхность (полоса)* (рис. 6) также является поверхностью нулевой гауссовой кривизны. Она образовывается движением прямолинейной образующей постоянной или переменной длины по винтовой направляющей, причем во всех положениях прямолинейная образующая должна быть параллельна оси винтовой направляющей, а ее длина должна быть меньше шага винтовой направляющей.

*Винтовая поверхность, образованная бинормальными цилиндрической винтовой линии* представлена на рис. 7.

*Начально закрученная пластинка* – прямоугольная пластинка длиной  $a$ , шириной  $b$  и толщиной  $h$ , жестко заделанная одним концом и со свободным предварительно закрученным на угол  $\alpha$  противоположным краем. Вообще говоря, закрученная пластинка представляет собой прямую геликоидальную оболочку (рис. 1). Термины "закрученная пластинка", "пластинка или стержень с начальной закруткой" или "естественно закрученный стержень" в основном употребляются исследователями, занимающимися расчетом турбинных или компрессорных лопаток.

*Круговая винтовая поверхность* получается при обыкновенном винтовом движении произвольно расположенной образующей окружности с постоянным радиусом  $r$  относительно винтовой оси  $Oz$ . Круговые винтовые поверхности входят также в класс *циклических поверхностей* (см. схему лекции 7).

В зависимости от положения образующей окружности круговые винтовые поверхности можно классифицировать следующим образом:

1. *Круговая винтовая поверхность с образующей окружностью, лежащей в плоскости, которая проходит через винтовую ось* (рис. 8).

2. *Трубчатая винтовая поверхность* – плоскость образующей окружности совпадает с нормальной плоскостью направляющей винтовой линии (рис. 9).

3. *Прямая круговая винтовая поверхность* – плоскость направляющей окружности перпендикулярна винтовой оси (рис. 10).

4. *Круговая винтовая поверхность с образующей окружностью, лежащей в соприкасающейся плоскости винтовой линии центров окружностей* (рис. 11).

#### КРУГОВЫЕ ВИНТОВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

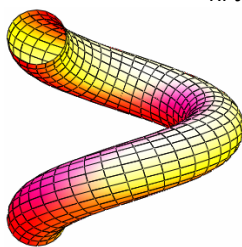


Рис. 8. Круговая винтовая поверхность с образующими окружностями в плоскостях пучка

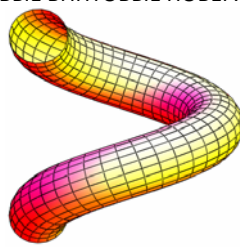


Рис. 9. Трубчатая винтовая поверхность

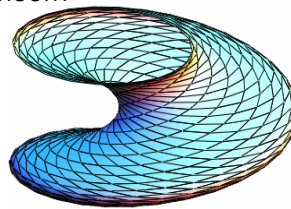


Рис. 10. Прямая круговая винтовая поверхность

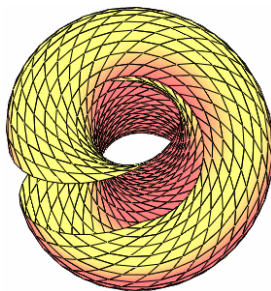


Рис. 11. Круговая винтовая поверхность с образующей окружностью, лежащей в соприкасающейся плоскости винтовой линии

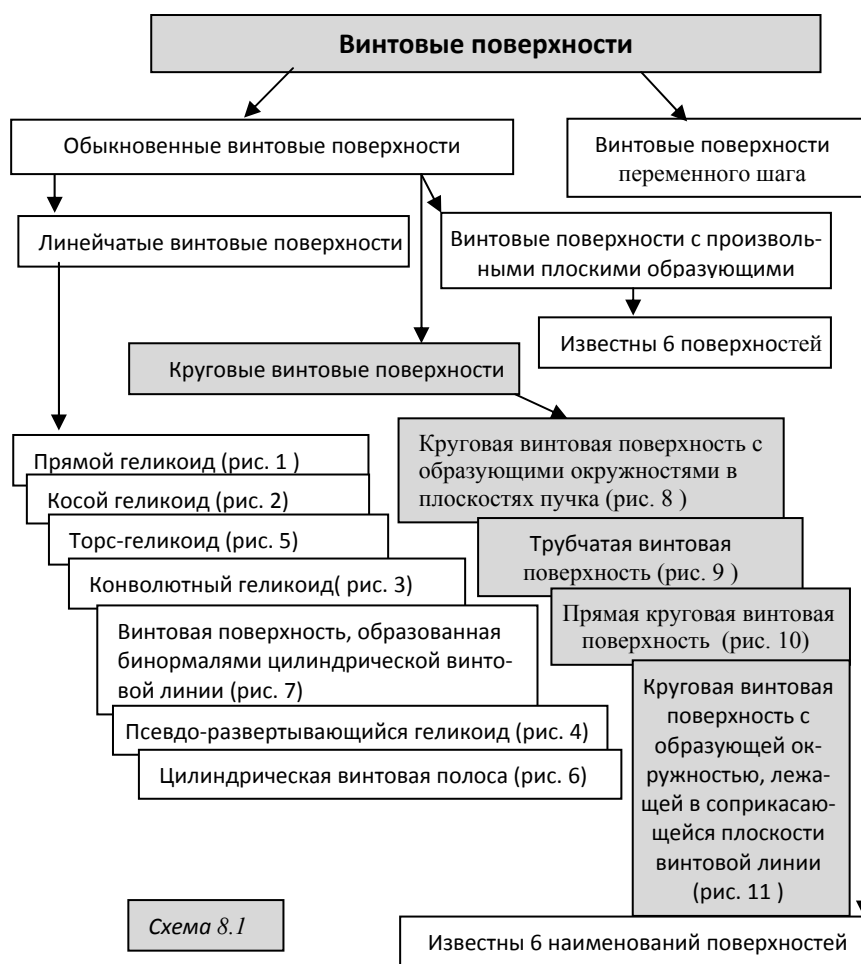
Винтовой поверхностью с произвольными плоскими образующими кривыми (геликоидом общего вида) называется всякая поверхность, образованная некоторой линией (профилем), вращающейся около оси и одновременно поступательно движущейся по направлению этой оси, причем скорости этих движений пропорциональны.

Из определений следует, что винтовые поверхности обладают семейством движений с одним параметром. Если угловая скорость равна нулю, то пространственная образующая описывает цилиндр. Если равна нулю скорость переносного движения, то получается вращение и пространственная образующая формирует поверхность вращения. Всякая точка образующей кривой описывает винтовую линию.

Параметрические уравнения винтовых поверхностей имеют вид:

$$x = u \cos v, y = u \sin v, z = cv + f(u), \quad (1)$$

где  $z = f(x)$  – уравнение заданной образующей. Для прямого геликоида (рис. 1) имеем  $f(u) = 0$ .



На схеме 8.1 представлена классификация винтовых поверхностей.

*Винтообразные поверхности* образуют отдельный класс поверхностей, хотя часто в специальной литературе допускается смешение понятий винтовых, винтообразных и *спиральных* поверхностей. Винтовая поверхность образовывается жесткой кривой, которая равномерно вращается вокруг винтовой оси, находящейся в одной плоскости с образующей кривой, и одновременно совершает поступательное движение в направлении этой же оси. Траектории точек при винтовом движении будут представлять собой цилиндрические винтовые линии, лежащие на соосных круглых цилиндрах.

К *винтообразным поверхностям* будем относить поверхности, построенные образующими кривыми, которые помимо простого винтового движения относительно винтовой оси совершают какое-либо дополнительное движение или деформируются по определенному закону. При этом траектории точек образующей кривой при винтообразном движении не будут цилиндрическими винтовыми линиями. Винтообразные поверхности при определенном подборе геометрических параметров будут вырождаться в винтовые поверхности.

В энциклопедии [3] представлены 19 винтообразных поверхностей, некоторые из них показаны на рис. 12.

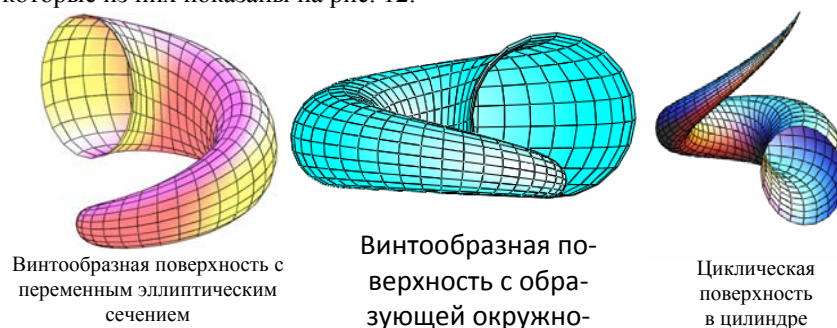


Рис. 12



Рис. 13. ТЦ «Калужский». г. Москва. 2011 г.

Наиболее часто используется форма прямого геликоида (рис. 1), например, в качестве винтовых пандусов в гаражах стоянках (рис. 13) или в винтовых лестницах. Некоторая информация о применении трубчатой винтовой поверхности давалась на лекции 7. Подробно о применении винтовых и винтообразных поверхностей в архитектуре сооружений и в машиностроительных конструкциях можно прочесть в учебном пособии [1].

## Лекция 9

### ЗОНТИЧНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ И ПОВЕРХНОСТИ ЗОНТИЧНОГО ТИПА

*Зонтичным куполом (куполом с распадубкой)* называется циклически симметричная пространственная конструкция, образованная из нескольких тождественных элементов, в результате пересечения срединных поверхностей которых получаются кривые, являющиеся образующими некоторой куполообразной поверхности вращения. *Контурной поверхностью* называют куполообразную поверхность вращения, на которую «укладываются» контурные кривые элементов купола. *Контурные кривые элемента* – кривые, ограничивающие контур срединной поверхности элемента купола. Зонтичные оболочки обладают повышенной жесткостью, устойчивостью, архитектурной выразительностью.

*Поверхностями зонтичного типа* называются циклически симметричные поверхности, состоящие из нескольких тождественных элементов. Причем полная поверхность зонтичного типа и все поверхности составляющих ее тождественных элементов описываются одним и тем же явным, неявным или параметрическими уравнениями.

*Волнообразные поверхности* формируются поступательно-колебательным движением жестких образующих кривых, колеблющихся относительно заранее выбранных базовых поверхностей, плоскости или линий. Таким образом, образующие кривые волнообразных поверхностей конгруэнтны между собой. Следовательно, эти поверхности могут быть включены также в класс *поверхностей конгруэнтных сечений*. В литературе встречаются и другие названия волнообразных поверхностей, например, *волновые*.

*Волнистые поверхности* формируются поступательно-колебательным движением образующих кривых, которые не только колеблются относительно выбранных базовых поверхностей, плоскости или линий, но и сами деформируются, оставаясь в одном в одном и том же классе кривых.

*Рифленые поверхности* свое название получили от английского слова «rifle – желобок, канавка». Таким образом, рифленые поверхности – это поверхности с закономерно расположенными на них углублениями или впадинами. Рифленые поверхности наиболее широко применяются в машиностроении. *Гофрированные изделия* получают изгибанием листовых металлических и неметаллических материалов для придания их поверхностям волнообразной формы разных профилей с целью увеличения прочности.

С.М. Докула [36] считает, что «в проектировании таких конструкций отсутствуют совершенные принципы образования поверхностей зонтичных куполов, а также точные методы их расчета. Те нестрогие определения зонтичной поверхности, как поверхности, образованной из куполов

вращения путем членения их «вздутыми» или «ложкообразными» распалубками, не могут служить ни цели создания поверхности зонтичных куполов, ни, тем более, цели достаточно точного их расчета. Таким образом, в условиях современного тонкостенного куполостроения архитектурная и техническая мысли оказались скованными не только в оценке несущей способности, но и в создании формы тонкостенных зонтичных куполов. Тем не менее, зонтичная форма куполов неизменно интересовала и интересует архитекторов и строителей и они, не ожидая способа образования и метода расчета, предпринимают попытки осуществления, в наше время подобных куполов, трактуя их как модуляцию сводов двоякой кривизны».

Теперь когда мы разобрались с определениями поверхностей, рассмотрим реально построенные сооружения в форме зонтичных поверхностей и поверхностей зонтичного типа.

В настоящее время класс поверхностей зонтичного типа включает в себя 18 наименований поверхностей [3]. К сожалению, в литературе обычно не указывают способ образования поверхностей и не дают их аналитических уравнений, поэтому ограничимся рассмотрением класса зонтичных поверхностей, не разбивая его на конкретные типы поверхностей.

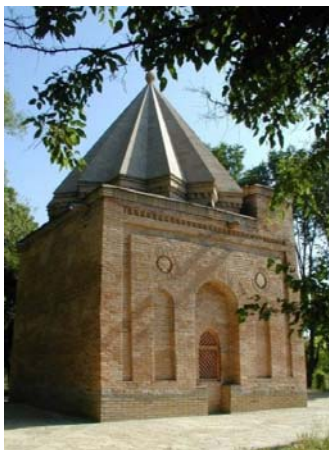


Рис. 1. Мавзолей Бабаджа Хатун, XI-XII век [37]



Рис. 2. Купол церкви Святой Божьей Матери (1201), Нагорный Карабах [38]

Зонтичные купола известны с древних времен, например, вилла в Тиволи (134 г., Италия). Расположенный в Жамбылском районе, вблизи мавзолея Айша биби, мавзолей Бабаджа Хатун является уникальным архитектурным памятником XI-XII вв. Мавзолей знаменит своим оригинальным шестнадцатиреберным зонтичным куполом на конической круговой кон-



турной поверхности (рис. 1). Зонтичное ребристое покрытие купола не имеет, по существу, прямых аналогов в современной ему среднеазиатской архитектуре. Очень близок по замыслу, но решен иначе, зонтичный купол Святой Божьей Матери (The Harichavank Monastery. Province of Shirak. Republic of Armenia), рис. 2.

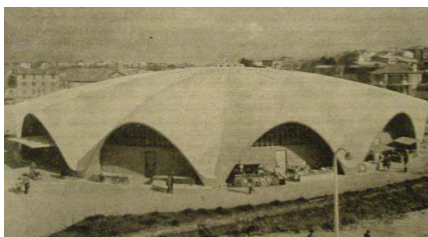


Рис. 3. Рынок в Руайяне (Франция)



Рис. 4. Государственный цирк в Бухаресте



Рис. 5. Кафе «Жемчужина», г. Баку  
<http://photomir.ucoz.ru/photo/4-6-0-0-2>



Рис. 6. Мотель (La Concha Motel Lobby Las Vegas (Save La Concha)



Рис. 7. Станция метрополитена «Исани» в Тбилиси, 1969. Архитектор Г. Ломидзе  
<http://enc.lib.rus.ec/bse/008/076/078.htm>

В современной практике зонтичные оболочки выполняются из железобетона, в основном из монолитного, например, как рынок в Руайяне (Франция) (рис. 3), или сборно - монолитного, как государственный цирк в Бухаресте (Румыния, 1960) диаметром 71,5 м и высотой 20,3 м, опирающийся на радиальные рамы (рис. 4).



Почти идентичны формы кафе на приморском бульваре г. Баку (рис. 5) и мотеля в Лас Вегасе (США) (рис. 6). Интересно решена зонтичная форма крытого бассейна в пансионате «Березки» (Московская обл.), станции метро «Исани» в Тбилиси (рис. 7).

Зонтичная форма настолько характерна, что ее частое применение может привести к стереотипным решениям, но очень привлекательно и современно выглядит церковь (Church of the Priority, St. Louis), изображенная на рис. 8, хотя формы ее покрытия не совсем правильно относить к зонтичным поверхностям.

Проект церкви выполнен Г. Обатой (Gyo Obata, Obata & Kassabaum, 1966), консультантом был П. Нерви.



Рис. 8. The Priory Chapel, St Louis, MO [7]

Ф. Кандела тоже обратил внимание на форму зонтичных оболочек и создал свой вариант интересного сооружения (рис. 9).



Рис. 9. Комплекс зданий «Океанография», 1994-2002, Oceanographic, Valencia, Испания

Л.И. Ярин предлагал для применения пневматические зончатые купола. Имеется много моделей палаток зонтичного типа (рис. 10).

Все зонтичные оболочки, рассмотренные на лекции, имеют срединную поверхность положительной гауссовой кривизны. Удалось найти только две зонтичные оболочки, выполненные в эскизном варианте,

которые очерчены по поверхности отрицательной гауссовой кривизны, рис. 11.

На рис. 12 даны несколько поверхностей зонтичного типа, которые могут быть взяты за основу при проектировании новых зонтичных оболочек. В энциклопедии [3] приведены параметрические уравнения всех поверхностей зонтичного типа, представленных на рис. 12.



Рис. 10. Палатки «MAVERICK»

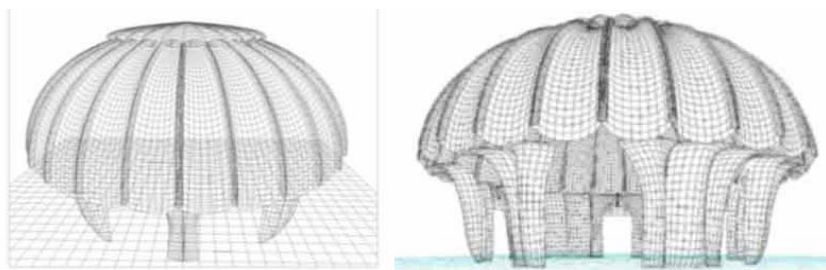


Рис. 11. Эскиз купола отрицательной гауссовой кривизны [39]

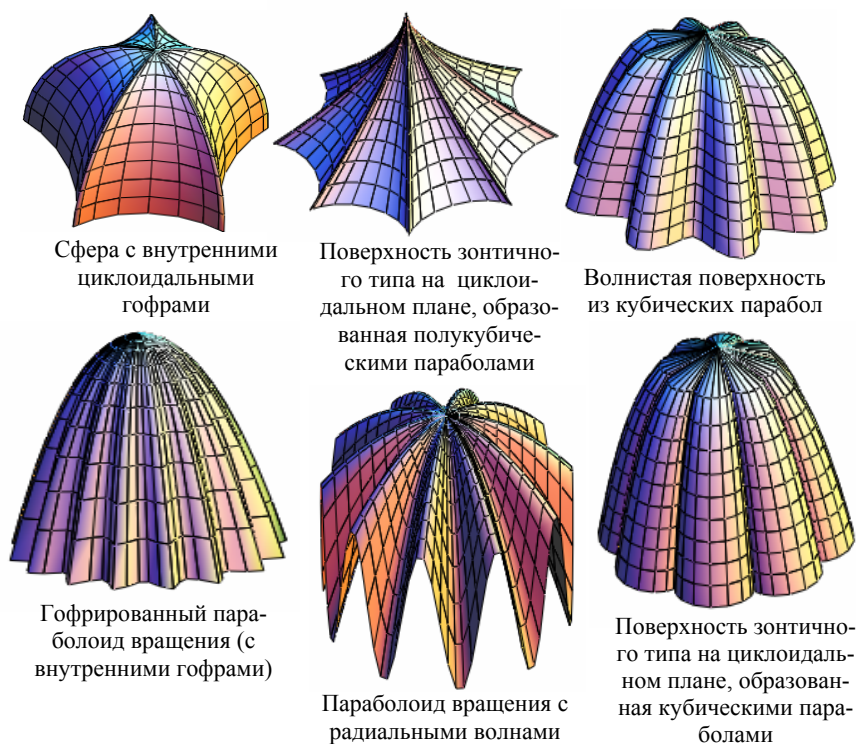


Рис. 12. Типы зонтичных поверхностей

Пример расчета волнистой конической оболочки на действие равномерно распределенной нагрузки с учетом осадки жесткого кольца, расположенного на верхнем контуре, предложила С.В. Бурцева [40].

Дополнительную информацию о возможностях оболочек и поверхностей зонтичного типа можно получить из работ [41-44].

## ЛИТЕРАТУРА, ПРЕДЛАГАЕМАЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

### Лекция 1

1. *Кривошапко С.Н., Мамиева И.А.* Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 328 с.
2. *Белякова М.С.* Повышение эффективности процессов конструкторско - технологического проектирования на основе разработки информационной системы моделирования поверхностей. – Автореферат дис. канд. техн. наук. – М.: МГТУ «Станкин», 2007.
3. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Энциклопедия аналитических поверхностей. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 560 с.

### Лекция 2

4. *Варвак М.Ш., Дехтярь А.С., Шапиро А.В.* Оптимальная поверхность оболочек – покрытий// Строительная механика и расчет сооружений. – 1972. - № 1. – С. 58-61.
5. *Фызи Е.* Сооружение крытого теннисного корта в Будапеште// Большепролетные оболочки: Тр. Межд. конгресса. 6-9сент.1966г. Ленинград. – Т. 2. – М.: «Стройиздат», 1969. – С. 373-377.
6. *Lajoz Kollár, János Turmezei.* Design and fabrication of the reticulated tubular dome structure of a sport hall in Budapest// Tubular Structures VII. – Farcas & Jármai (editors). – 1996. Balkema, Rotterdam. – P. 3-6.
7. *Chatterjee B.K.* Some recent shell constructions in India// J. of the Institution of Engineers (India). – Vol. XLIII, №7, March 1963. – P. 398-426.
8. *Lin T.Y.* Load-balancing method for design and analysis of prestressed concrete structures// J. of American Concrete Institute, Proceeding, Vol. 60, July 1963. – P. 719-742
9. *Fa-Kun Yao.* Combinatory net-shell roofs of elliptic paraboloid of Zhaoqing Gymnasium// Proc. of the IASS-ASCE Intern. Symposium “Spatial, Lattice and Tension Structures”, April 24-28, 1994, Atlanta. – P. 642-651.
10. *Forty Andrian.* Building of the Month. – The Twentieth Century Society, <http://www.c20society.org.uk/docs/building/poultry.html>
11. *Balakrishnan S.* Innovative precast concrete desk slabs. – Paper prepared for presentation at the Bridges for the 21st Century Session (B). Of the 2006 Annual Conference of the Transportation Association of Canada, Charlottetown, Prince Edward Island.
12. *Мурашкин Г.В., Анпилов С.М. и Мурашкин В.Г.* Способ снижения усадочных деформаций в монолитных железобетонных перекрытиях и устройство для его осуществления. – Патент Российской Федерации RU2227196, 2002.04.10

### Лекция 3

13. Маклакова Т.Г. Архитектура двадцатого века. – М.: Изд-во АСВ, 2001. – 200с.
14. Csonka Pal. Szabalyos sokszög alaprajzu forgasparaboloidnejak// Melyepitestud. szemie. – 1979, 29, № 1. – P. 31-33.
15. Washington Staet Photo Gallery:  
(<http://www.evergreen.edu/library/GovDocs/photogallery/Washington/kingdome.html>)
16. Su-Huan chen, Guo-Feng Yao, Zong-Jie Cao. New intelligent 3D thin shell element and the optimal dynamic shape control of a paraboloid antenna// J. Vib. And Control. – 6(3), Mar. 2000. – P. 463-484.
17. Soric Architecture: New Projects  
(<http://www.sonicarchitecture.com/catalogue/sunshower.html>).
18. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.: Судостроение, 1962. – 432 с.
19. Шмурнов К.В. О расчете осесимметричной параболической оболочки// Тр. МИСИ. - № 8. – М.: МИСИ, 1954. – С. 66-78.

### Лекция 4

20. Смирнов А.М., Миловидов А.С, Карташов В.Е., Петров Е.Г. Аэродинамические исследования усеченных эллиптических оболочек// Строительная механика и расчет сооружений. – 1980. – №2. – С. 74-76.
21. Зрюкин В.В., Изгородин А.К., Пищик Г.Ф., Малбиев С.А. Расчет пневматических эллипсообразных оболочек из тканых материалов// Изв. Ивановского отделения Петровской акад. наук и искусств. Секц. техн. наук. – Иваново: Изд-во ИГТА, 2004. – С. 3-5.
22. Royles R., Llambias J.M. Buckling aspects of the behaviour of an underwater pressure vessel// Appl. Solid Mech., Vol.1, 1<sup>st</sup> Meet., Glasgow, 26-27 March, 1985. – London, New York, 1986. – P. 287-303.
23. Ballinger L.A., Lay W.D., and Tam W.H. Review and history of PSI elastomeric diaphragm tanks// AIAA Pap., 1995, No2534. – С. 1-20.
24. Гохарь-Хармандарян И.Г. Большепролетные купольные здания. – М.: Изд-во литературы по строительству, 1972. – 150с.

### Лекция 5

25. Петропавловская И.А. Гиперboloидные конструкции в строительной механике. – М.: Наука, 1988. – 230 с.
26. Кубанеишвили А.С. Предварительно напряженные железобетонные конструкции энергетических сооружений с поверхностью однополостного гиперболоида и особенность их расчета// Бетон и железобетон в энергет. строительстве: Матер. Всес. конф. по бетону и железобетону. – Казань, окт. 1988. – Тбилиси, 1988. – С. 76-82.

27. Сапожников Ф.В. и др. Предварительно напряженная сборная башенная конструкция для высоких дымовых труб// Энергетическое строительство. – 1980. – № 11. – С. 74-76.

28. Form J., Krätzig W.B., Peters H.L., Wittek U. Ringversteifte Naturzugkühltürme aus Stahlbeton// Bauingenieur. – 1984, B.59, № 8. – S. 281-290.

29. Report of the Committee of Inquiry into Collapse of Cooling Towers at Ferrybridge// Central Electricity Generating Board, London, Nov. 1965.

30. Herzog Max. Realistische Näherungsberechnung hyperbolischer Kühltürme// Bautechnik. – 1975, B.52. – №2. – S. 48-61.

#### Лекция 6

31. Mihailescu M. On the membrane theory of the shells with double directrix and directrix plane // Revue de Mecanique Appliquee. Vol. 1. – 1956. – № 1. – С. 157–174.

32. Mihailescu M. Aufbau eines Lokomotivschuppens // Constructii. ASIN. – 1951. – № 3 (румын.).

33. Chatterjee B.K. Economics of shell roof construction in underdeveloped countries in the tropics // Proc, World Conf. on Shell Structures. – San-Francisco, Calif., October 1962. – С. 103 – 108.

34. <http://nisee.berkeley.edu/elibrary/getpkg?id=GoddenE66-69>

35. <http://www.webbyates.com/webbyates-8.swf>

#### Лекция 9

36. Докула С.М. Место зонтичных куполов в современной архитектуре. – 2006. – <http://www.rusnauka.com>

37. ALL-BIZ.INFO: Казахстан

38. Photo Gallery: Evolution of Gandzasar's Architectural Forms. Gandzasar.com, 2008.

39. Bo Atkinson. Structural modeling and rendering service. – Montville Maine, USA

40. Бурцева С.В. Численный пример расчета волнистой конической оболочки// Исследования по расчету пластин и оболочек. – Ростов н/Д. – 1982. – С. 120-123.

41. Каценко А.В. Геометрическое моделирование поверхностей некоторых биоформ – конструкций// Прикладная геометрия и инж. графика. – Киев, 1978. – Вып. 26. – С. 46-48 (библ: 4 назв.).

42. Лебедев В.А. Способ образования и принцип расчета тонкостенного зончатого купола// Труды ЛИСИ. – 1954. – № 17. – С. 134-158.

43. Mirza J.F. Stresses and deformations in umbrella shells// Proc. ASCE, 93, N CT2, Apr. 1967. – P. 271-286.

44. Todd A. Alonzo, Christos T. Nakas. Comparison of ROC Umbrella Volumes with an Application to the Assessment of Lung Cancer Diagnostic Markers// Biometrical Journal. – Vol. 49, Is. 5. – 2007. – P. 654-664.

## СОДЕРЖАНИЕ

	Описание курса и программа «Архитектура, геометрия и расчет большепролетных пространственных структур».....	3
	Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий: конспект лекций.....	23
<i>Лекция 1.</i>	Классификация поверхностей и основы формообразования.....	25
	Классификация поверхностей.....	25
	Классификация линейчатых поверхностей.....	27
	Классификация поверхностей вращения.....	33
	Поверхности второго порядка.....	33
	Классификация кинематических поверхностей общего вида.....	34
<i>Лекция 2.</i>	Эллиптический параболоид.....	36
	Способы образования и задания эллиптических параболоидов.....	36
	Оптимизация геометрических размеров срединной поверхности оболочек.....	38
	Примеры возведенных и проектируемых оболочек в форме эллиптических параболоидов.....	39
	Краткая информация по методам расчета оболочек в форме эллиптических оболочек.....	44
<i>Лекция 3.</i>	Параболоид вращения.....	45
	Примеры использования формы параболоида вращения.....	47
	Краткая информация по методам расчета оболочек в форме параболоидов вращения.....	50
<i>Лекция 4.</i>	Эллипсоид вращения.....	51
	Примеры сооружений в форме эллипсоидов.....	52
<i>Лекция 5.</i>	Оболочки в форме однополостного гиперболоида вращения....	60
	Способы задания и формообразования поверхности.....	60
	Примеры сооружений в форме однополостных гиперболоидов вращения.....	62
<i>Лекция 6.</i>	Коноиды.....	70
	Общие сведения по геометрии коноидов.....	70
	Виды и формы задания коноидов.....	70
	Примеры использования коноидальной поверхности.....	73
<i>Лекция 7.</i>	Терминология и геометрические исследования циклических поверхностей.....	76
	Краткая информация о применении циклических поверхностей	79
<i>Лекция 8.</i>	Винтовые и винтообразные оболочки.....	80
	Классификация, терминология и геометрические исследования	80
<i>Лекция 9.</i>	Зонтичные поверхности и поверхности зонтичного типа.....	86
	<i>Литература, предлагаемая для самостоятельной работы...</i>	91

**С.Н. Кривошапко**

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ  
В АРХИТЕКТУРЕ ЗДАНИЙ,  
КОНСТРУКЦИЙ И ИЗДЕЛИЙ**

**Учебно-методический комплекс**

Издание подготовлено в авторской редакции

Технический редактор *Н.А. Ясько*  
Дизайн обложки *М.В. Рогова*

Подписано в печать 15.04.2013 г. Формат 60×84/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.  
Усл. печ. л. 5,58. Тираж 100 экз. Заказ 503.

---

Российский университет дружбы народов  
115419, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

---

Типография РУДН  
115419, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, тел. 952-04-41