Михаэль Фридман, Йоахим Краузе

Складываемость и Геометрия:

Провокация мышления Бакминстера Фуллера

I. Введение

В 19-м и в начале 20-го века геометрия значительно изменила свой характер. Открытия, такие как неевклидова геометрия, наряду с развитием дифференциальной геометрии с её определением многообразия спровоцировали множество геометрий. Охват этого множества был тенденцией мысли, которая требовала базирования геометрии на устойчивых основаниях, можно сказать, даже статически предопределенных. На фоне этого растущего движения к аксиоматизации американский архитектор, дизайнер и изобретатель Ричард Бакминстер «Баки» Фуллер (1895–1983) предложил критику евклидовой и декартовой геометрии исходя из нового пересмотра практических действий и операций, таких как складки и складывание, как форма мышления в движении и сквозного движения, позволяющая по-разному понимать геометрию. Цель этой статьи - показать, что помимо аксиоматизированной неподвижной геометрии, с одной стороны, и различных забытых математизаций сгиба, с другой, Фуллер предлагает рассматривать движение с другой точки зрения: движение как провокация мышления. Это то, что провоцирует и инициирует само мышление. Начиная с критики геометрии Фуллера и заканчивая его концепцией мобильности, мы исследуем понятия движения, присутствующие в мысли Фуллера. Действительно, складки и складываемость лежат в основе работы Фуллера как примеры овладения движением.

2. Фуллер и геометрия: критика Фуллера и концепция геометрии складывания в начале 20-го века

Прежде чем перейти к представлениям Фуллера о складываемости и мобильности, которые вызывают создание устойчивых структур и зданий, мы рассмотрим критику Фуллера аксиоматической концепции геометрии, как это показано в евклидовой аксиоматике. Затем мы рассмотрим, как геометрия в целом и складывание в частности воспринимались в математике с начала 19-го века до середины 20-го века, чтобы правильно оценить критику Фуллера проблемных отношений между движением и геометрией и его концепцию складывания.

2.1 Фуллер и евклидова геометрия

Надо сказать, что геометрия Евклида, представленная в его книге «Элементы», является одной из самых влиятельных теорий западной цивилизации. Однако мало что известно об авторе, кроме того факта, что он жил в Александрии около 300 г. до н.э. Большинство теорем, фигурирующих в Элементах, не были открыты самим Евклидом, но были работами более ранних греческих математиков, таких как математики пифагорейской школы, Гиппократ Хиосский, Театет Афинский и Евдокс Книдский. Евклиду приписывают логическое расположение этих теорем, чтобы показать, что они обязательно следуют из основных определений, постулатов и аксиом. [1] Геометрические конструкции, используемые в «Элементах», ограничены теми, которые выполняются с помощью линейки и циркуля. Эмпирические доказательства, использующие измерения, не допускались: то есть, единственные утверждения, которые были разрешены, были в форме заявления о том, что величины либо равны, либо что одно больше другого.

Строгость и организация труда Евклида вызывали восхищение на протяжении веков и считались одним из основных методов правильного математического исследования. То, что составляет строгость, изменилось за эти годы: современная математика вернулась к евклидовой геометрии, обнаруживая недостающие аксиомы и находя пробелы в доказательствах, в то же время пытаясь одновременно подтвердить свою согласованность вместе с непротиворечивостью аналитической геометрии 19-го века. Тем не менее, основные инструменты и методы евклидовой геометрии сохранялись на протяжении веков: бесконечная линия, круг и писец - система основных знаков и предложений - из которых могут быть получены любые другие истинные предложения.

Именно в этот момент Фуллер атакует геометрию Евклида, критикуя его инструменты: «Евклид ограничил себя в своих теоремах построением и

---

1 Cf. Heath 1921, 319; Proclus 1992, 53.

доказательством с помощью трех инструментов - линейки, циркуля и чертилки. Он, однако, использовал четвертый инструмент, не аккредитовав его - это была поверхность, на которой он строил свои схематические конструкции »[2].

В своей статье за январь 1944 года Фуллер представляет свою позицию, в которой он закладывает основу для своей «энергетической геометрии», которая впоследствии станет «синергетикой». Фуллер продолжает свою критику в связи с отсутствием использования инструмента, который был полностью забыт, дав историческое объяснение:

> «Следует помнить, что Евклид приводил свои геометрические описания в то историческое время, когда сферическая концепция вселенной, которая, как некоторые утверждали, была известна древнегреческим философам, была снова потеряна. В то время ученые поддерживали концепцию плоской или плоскостной земли. Поэтому неудивительно, что его использование этой ровной плоскости в качестве поверхности, на которой нужно работать, оказалось аксиоматичным. Логическим для заблуждения было обосновывать доказательства в специальной абстрактной области воображаемой геометрии плоскости ».

Критика Фуллера, по сути, является противоположной позицией в отношении Евклида, которого он обвиняет в том, что он «пошел не по тому пути» и, следовательно, недостаточно отобразил истину в своём инструментарии. По словам Фуллера, это привело к иллюзорному элементаризму в науке: он не только сводил геометрию к последовательности логических шагов, из которых можно в конечном итоге сделать вывод, но в то же время исключил из геометрии основную концепцию движения [3], и в лучшем случае сводит его к вторичному понятию, основанному на более фундаментальных объектах, которые могут быть удалены в любой точке геометрической структуры, из которой оно вытекает.

---

2 Эта цитата и следующие две взяты из статьи Фуллера 1944 года: Dymaxion - всеобъемлющая система, вводящая в энергетическую геометрию. В: Krausse / Lichtenstein 2001, 160–168, здесь: 164.

3 История математического геометрического использования понятий движения и перемещения (например, должны ли они использоваться в качестве инструментов в математических доказательствах, как они должны быть концептуализированы, какие объекты - кривые, поверхности - создают движущиеся объекты) уже в древности; это сложно и тонко. Аристотель осудил использование движения в геометрии, заявив, что «объекты математики не имеют движения» (Аристотель 1928–1952, том 8, 989b), тогда как Евклид действительно использует понятие движения в некоторых своих определениях (Книга XI Элементов Евклида, определения 14, 18 и 21. См. Хит 1908b, 261–262). Для обзоров, касающихся движения, пространства и геометрии, см., Например, Розенфельд 1988, особенно глава 3 и De Risi 2015. Поскольку мы просто стремимся указать на математический фон, на котором Фуллер развил свою собственную мысль, мы ни в коем случае не пытаемся дать хотя бы частичное изложение этого, поскольку это вывело бы нас за рамки этой статьи.

Евклидова геометрия, согласно концепции Фуллера, является статической; концепция движения вызывается через аксиомы, шаг, которого можно избежать, и который фактически является излишним. Фуллер говорит об этом прямо, когда замечает:

«Мы находим экспериментально, что две линии не могут проходить через одну и ту же точку одновременно. Одна может пройти над другой или быть наложенной на неё.

Как евклидова, так и неевклидова геометрия ошибочно предполагают, что множество линий могут проходить через одну и ту же точку одновременно. Но мы находим экспериментально, что две или более линий не могут физически проходить через одну и ту же точку одновременно »[4].

Все известные геометрии предполагают, что совокупность всех линий уже существует, поскольку только тогда две линии могут проходить через одну точку одновременно. Фуллер утверждает, что геометрия не учитывает размерности времени и, следовательно, может также не учитывать требующее времени движение, необходимое для рисования линии. [5] Движение, которое действует как динамический аспект структуры, является в действительности то, что поддерживает стабильную структуру, как мы увидим в Разделе 3.1 в связи с Semper. Согласно Фуллеру, это не очевидно, если ограничиться плоской геометрией:

«[…] Греческие геометры были сначала заняты только плоской геометрией. Они также либо не знали, либо сознательно упускали из виду систематически ассоциативный минимальный комплекс взаимо-стабилизирующихся сил (векторов), действующих при структурировании любой системы (не говоря уже о нашей планете), и соответствующих космических сил (векторов), действующих в локальной структурной системе. Эти силы должны быть локально преодолены, чтобы обеспечить структурную целостность местной системы […] »[6]

Ясно, что критика Фуллера не просто нацеливалась на евклидову геометрию, как заложенную в контексте ее происхождения. Он был скорее нацелен на её возрождение в конце 19 века. Именно здесь мы должны сделать шаг назад, чтобы понять математический ландшафт, послуживший основой для его критики. Какова была концепция геометрии в течение конца 19 века до начала 20 века? Как изменились концепции движения и перемещения?

---

4 Фуллер, 1975a, раздел 517.03.

5 Следовательно, существует только частичное совпадение событий. Смотрите раздел 3.2.

6 Там же, раздел 986.042.

2.2. Структурное понимание геометрии в начале 20-го века

В этом разделе мы кратко рассмотрим концепцию геометрии с конца 19-го века до середины 20-го века, сосредоточив внимание на программе Эрлангена Феликса Кляйна и Grundlagen der Geometrie Дэвида Гильберта, и завершим аксиоматизацией геометрии Альфреда Тарского. Мы хотим подчеркнуть, что критика Фуллера не нацелена исключительно на «элементы Евклида»; он был особенно заинтересован в возрождении интереса к аксиоматическим методам. В конце 19-го века интерес к основам геометрии рос как с теоретико-групповой точки зрения, так и с аксиоматической точки зрения. Появление неевклидовой геометрии в начале 19-го века (трактаты Боляя и Лобачевского), математизация пространства с помощью римановых многообразий и математическое определение кривизны вызвали серьезные философские вопросы, касающиеся природы пространства и его эпистемологии[7]. Из неинтуитивных геометрий возникла необходимость обнаружить связи между аксиомами геометрии и опыта. Чтобы дать правильное, хотя и неполное историческое описание этого периода, мы начнем с теории групп, которая была одной из основных тем математического исследования в XIX веке и которая служила одним из важных источников развития концепция геометрии того времени.

Группа, обозначаемая буквой «G», представляет собой набор элементов, снабженных двоичным действием, обозначаемым «», которое удовлетворяет определенным требованиям. Очевидным примером для группы является набор целых чисел вместе со сложением в качестве бинарного действия. Требования, которым должно соответствовать действие, считаются наиболее элементарными, когда мы думаем о таких действиях, как сложение или умножение. Чтобы быть более конкретным, существует четыре требования: замыкание (если элементы a, b принадлежат G, обозначаемому как $a, b \in G$, то $a * b$ принадлежит G, обозначаемому как $a * b \in G$), ассоциативность (если $a, b, c \in G$, тогда $a * (b * c) = (a * b) * c$), единичный элемент (существует элемент $e \in G$ st $e * g = g * e = g$ для каждого элемента $g \in G$) и обратный элемент (для каждого $g \in G$ существует такое $h \in G$, что $g * h = h * g = e$).*[8]

Считается, что изучение теории групп и ее приложений происходит от работы Эвариста Галуа (1811–1832), который работал над необходимыми условиями для решения алгебраического уравнения с использованием четырех известных арифметических операций (сложение, вычитание, умножение и деление) вместе с корнями любого порядка.

---

7 Подробный обзор изменения облика геометрии в XIX веке см. В Gray 2006.

8 Это определение можно найти во всех учебниках по теории групп. Смотрите, например Ротман 1999, 12.

Около 1830 года Галуа интересовали не сами уравнения или их решения, а его не интересовали типы алгебраических отношений, которые корни поддерживают между собой. Вместо этого его интересовал набор перестановок самих корней, сохраняющих их алгебраические отношения[9]. Другими словами, открытия Галуа вызвали процесс, при котором числа больше не считались фундаментальными для алгебры. Более важным было понимание алгебраически-структурного окружения, для которого числа, собранные в различные множества, служат только примером и рассматриваются как производные этой структуры.

Понятие группы перестановок было получено из разработок в теории алгебраических уравнений и из того, что стало известно как теория Галуа. Эта историческая нить является лишь одним из корней теории групп. Действительно, Эрлангенская программа Кляйна проясняет, что разработка концепции абстрактной группы имела другой исторический корень, а именно геометрию. Феликс Кляйн (1849–1925) был немецким преподавателем математики и математики, известным своими работами по теории групп и неевклидовой геометрии, а также работой по связям между геометрией и теорией групп, которая стимулировала его программу в Эрлангене.[10]

Программа Кляйна включала идею, что с каждым геометрическим объектом можно связать основную группу симметрий. Под симметрией мы подразумеваем взаимно-однозначное преобразование пространства на себя, которое сохраняет некоторые свойства рассматриваемого пространства. Понятие группы здесь необходимо: набор элементов был набором симметрий, а бинарное действие было композиционным, как в композиции функций. Если S - наше пространство (например, S - трехмерное евклидово пространство), а f - преобразование симметрии S (например, f действует вращением относительно оси), то существуют различные подмножества S, которые не преобразуются f (например, ось вращения). С этой точки зрения Кляйн сформулировал задачу геометрии следующим образом:

«Учитывая многообразие и группу преобразований многообразия, изучать конфигурации многообразия относительно тех признаков, которые не изменяются преобразованиями группы». [11]

---

9 Например, для уравнения $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ решениями являются $A = \sqrt{2}$, $B = -\sqrt{2}$, $C = \sqrt{3}$, $D = -\sqrt{3}$, и одно из их взаимных соотношений: $AB + CD = -5$. Не каждая перестановка корней A, B, C и D сохранит это отношение. Например, если перестановка, обозначаемая f, имеет вид $A \to B$, $B \to C$, $C \to D$, $D \to A$, то $f(A) f(B) + f(C) f(D) = BC + DA = -2\sqrt{6} \neq -5$. Что еще более удивительно, из набора из 24 возможных перестановок 4 элемента, только 4 перестановки сохраняют вышеуказанное соотношение.

10 Кляйн 1872.

11 Кляйн 1893, 67.

Таким образом, математическая иерархия геометрий представлена как иерархия этих групп и иерархия их инвариантов. Например, длины, углы и площади сохраняются относительно евклидовой группы двумерных симметрий, в то время как в более общей группе двумерных проективных преобразований сохраняются только инцидентность и взаимное отношение. Может сложиться впечатление, что, вопреки концепции Фуллера о евклидовых элементах, эрлангенская программа Кляйна действительно имеет дело с движениями и трансформациями (такими как вращение, перевод и отражение). Однако давайте рассмотрим следующую цитату из статьи Кляйна: «Мы снимаем математически несущественный физический образ и видим в пространстве только расширенное многообразие; […] Преобразования многообразия […] также образуют группы ».[12] Одновременно с отрывом «несущественного физического образа» можно устранить любое физическое движение в основании геометрии. В этом отношении Фуллер мог бы считать программу Кляйна потомком аксиоматического метода: теория групп рассматривает движение как абстрактное движение, которое может и должно быть формализовано и аксиоматизировано; статическая структура, [13] то есть одним из следствий программы Кляйна было то, что она позволила принять аксиоматически-структурный подход Гильберта к геометрии. Действительно, как утверждает Вуссинг, «переход к понятию абстрактной группы был как частичной причиной, так и частичным результатом растущего принятия термина «аксиоматического метода» в понимании Гильберта» [14].

Дэвид Гильберт (1863–1943) был признан одним из самых влиятельных математиков конца 19-го и начала 20-го веков. Он был немецким математиком, который продвинул исследование аксиоматизации геометрии, кульминацией которого стал один из его самых влиятельных произведений: Грюн-длаген дер геометрия. Следует отметить, что Гильберт не был первым, кто предложил геометрии вернуться к своему аксиоматическому происхождению. Мориц Паш, Марио Пьери и Герман Винер, [15] и другие, также занимались этим вопросом в то время. Тем не менее, подход Гильберта был решающим для того, как геометрия была задумана в начале 20-го века. Гильберт рассматривал геометрию как естественную науку, в которой интуиция играет решающую роль, хотя ее экспериментальные основы можно рассматривать несколько задним числом.[16]

---

12 Там же.

13 См. Wussing 1984, Part III.2 для подробного анализа программы Кляйна, и 194–196 для описания механических движений в терминах теоретико-групповых концепций. Следует отметить, что Кляйн также был горячим сторонником использования моделей в математическом обучении и исследованиях, особенно в области геометрии. См. Например: Mehrtens 2004; Sattelmacher 2013; Роу 2013.

14 Wussing 1984, 251.

15 Pasch 1882; Винер 1892; Пьери 1898.

16 См. Corry 2004, глава 3.

Гильберт утверждает в своих лекциях по механике:

«Геометрия - это экспериментальная наука […]. Но её экспериментальные основы настолько неопровержимы и настолько общепризнаны, они были подтверждены до такой степени, что никакое дополнительное доказательство их не считается необходимым. Более того, все, что нужно, - это вывести эти основы из минимального набора независимых аксиом и, таким образом, построить все здание геометрии чисто логическими средствами ». [17]

Как только минимальный набор независимых аксиом составлен, геометрия изучается с помощью логических средств:

«Геометрия […] требует для своего логического развития лишь небольшого числа простых фундаментальных принципов. […] [Т] выбор аксиом и исследование их отношений друг с другом [...] равносильно логическому анализу нашей интуиции пространства. Следующее расследование - это новая попытка выбрать для геометрии простой и полный набор независимых аксиом […] »[18]

Поэтому взгляды Гильберта на геометрию в частности и математику в целом не рассматривали математику как пустую формальную игру [19]; они скорее подчеркивали независимость и последовательность аксиоматической системы, основанной на интуиции и опыте. Эта точка зрения была продвинута в Grundlagen der Geometrie, где целью Гильберта было выявить и заполнить «пробелы» или устранить «посторонние гипотезы» в рассуждениях Евклида. Рукопись выложила четкий и точный набор аксиом для евклидовой геометрии и подробно продемонстрировала связь этих аксиом друг с другом и с некоторыми из основных теорем геометрии.

В Grundlagen der Geometrie Гильберт рассматривает три набора базовых объектов, которые он называет «точками», «прямыми» и «плоскостями», и пять отношений между ними. Условия, прописанные в системе аксиом Гильберта, достаточны для характеристики основных объектов и их связи друг с другом. Чтобы доказать аксиоматическую независимость, Гильберт строит несколько различных геометрий, отрицая некоторые аксиомы, оставляя другие нетронутыми. Хотя, возможно, это противоречит интуиции, полученная геометрия является последовательной. Врожденная структура геометрии поддерживается как согласованная, не связанная с физической реальностью, которой она не соответствует. Это можно увидеть в словах Гильберта:

«Мы думаем, что эти точки, прямые и плоскости имеют определенные взаимоотношения, которые мы обозначаем такими словами, как «расположены», «между »,« параллельно »,« конгруэнтно »,« непрерывно »и т. д.» [20]

---

17 Там же, 162. См. Также Corry 1997

18 Гильберт 1899, 1.

19 См. Corry 2004, 161.   20 Там же, 2.

Какие точки, линии и плоскости имеют их отношения друг с другом. «Точка» объекта не обязательно относится к точке в физическом смысле: единственное необходимое и достаточное условие для того, чтобы он был таковым, - он удовлетворяет отношениям между тем, что называется «точкой», «линией» и «плоскостью». Он отделяет геометрию от любого обращения к определенному инстинктивному значению (или понятиям, таким как движение или перемещение). Это стало очевидным уже в 1893 году, когда Гильберт, вернувшись из Галле, услышав лекцию Винера, сказал: «Всегда нужно уметь говорить вместо « точек, линий и плоскостей », - « столов, стульев и пивных кружек». [21]

Понимание того, что геометрия предназначена не для описания пространства, а скорее для того, чтобы представить его как то, что основано на системе аксиом, породило множество различных геометрий. Это открыло способ рассматривать геометрию (и алгебру) в первую очередь как внутреннюю структуру, которая не основана на движении, измерении или подсчете. Это проявляется в переходе от Гильберта к Тарскому. Гильберт, значительно продвинувшись в математическом формализме, по-прежнему считал геометрию фундаментально эмпирической, хотя экспериментирование само по себе не требовалось[22]. Тарский, с другой стороны, рассматривал геометрию целиком в ее структурной внутренности. Альфред Тарский (1901–1983) был польским логиком, математиком и философом, которого считали одним из величайших логиков 20-го века. В 1930 году он доказал, что геометрия, однажды сформулированная в соответствии с определенным выбором обозначений и аксиом, допускает исключение кванторов: каждая формула эквивалентна булевой комбинации базовых формул, то есть геометрические предложения могут быть записаны с использованием одной логики первого порядка. После настройки базовых объектов, отношений и аксиом каждое утверждение евклидовой геометрии может быть сформулировано с использованием квантификаторов ∃ («есть») и ∀ («для каждого») вместе с базовыми объектами, служащими переменными.[23]

---

21 Блюменталь, 1935, 402–3.

22 Что касается вклада Гильберта в развитие современной алгебры и современной геометрии, см., Например: Corry 2004, глава 3; Mancosu 1998, часть III; Хассе 1932.

23 Вот пример одного утверждения евклидовой геометрии: для любого треугольника сумма длин любых двух сторон должна быть больше или равна длине оставшейся стороны.

24 Под «более эффективным» мы подразумеваем, что Тарский доказал с помощью этой аксиоматизации, что евклидова геометрия последовательна. Для подробного обзора жизни и работы Тарского, см. Feferman / Feferman Burdman 2004.

В то время как Гильберт считается одним из влиятельных математиков, переформулировавших аксиоматическую геометрию Евклида, именно Тарский нашел для неё более экономичную и эффективную аксиоматизацию[24]. Система аксиом Тарского для евклидовой геометрии была основана на одном элементарном элементе - «точке» - и два неопределенных отношения между этими элементами - между взаимностью и равноудаленностью (или конгруэнтностью). Для каждых трех точек a, b и c отношение «между» принимает значение «истина», если точка b лежит на отрезке с концами a и c. Для двух пар точек - думая о каждой паре как о конечных точках отрезка - соотношение «равноудаленность» имеет место, если два отрезка имеют одинаковую длину. Все остальные отношения являются производными; например, коллинеарность трех точек определяется с точки зрения взаимности (a, b и c коллинеарны тогда и только тогда, когда одна из них находится между двумя другими). Тарский не воспринимал «линию» или «случайность» как примитивные понятия; действительно, единственное примитивное понятие - это точка.

Основное значение элементарной геометрии Тарского заключается в том, что она удовлетворяет трем основным метаматематическим свойствам: она дедуктивно завершена (каждое утверждение либо доказуемо, либо опровергаемо), разрешима (существует процедура для определения, доказуемо ли или нет данное утверждение), и оно непротиворечиво (и именно поэтому оно является правильной аксиоматизацией) .[25] Чтобы доказать эти три, Тарский, двигаясь подобно Гильберту, основал геометрию на действительных числах.. Чтобы доказать полноту систем комплексной алгебры и евклидовой геометрии, Тарский доказал полноту системы алгебры, основанной на действительных числах - то, что Гильберт считал очевидным и, следовательно, не удосужился доказать.[26]

Тарский отметил: «можно построить машину, которая обеспечивала бы решение любой проблемы элементарной алгебры и геометрии» .[27]

Это механическое описание геометрии выражено в формулировке Тарского: все аксиомы и предложения выражаются в терминах логики первого порядка. Например, знаменитая параллельная аксиома может быть выражена следующим образом: [28]

$$[B(abf) \land ab \equiv bf \land B(ade) \land ad \equiv de \land B(bdc) \land bd \equiv dc] \rightarrow bc \equiv fe$$

---

25 См. Tarski 1967.

26 См. Гильберт 1899, раздел 9.

27 Tarski 1967, 306.

28 Tarski / Givant 1999, 184, аксиома 103.

где переменные - это точки, а B (-, -, -) обозначает промежуточность. Это описание, которое не напоминает Евклида ни в какой форме: «Если отрезок прямой пересекает две прямые линии, образующие два внутренних угла на одной и той же стороне, сумма которых составляет менее двух прямых углов, то две прямые, если они растянуты на неопределенное время, встречаются на той стороне, на которой углы составляют менее двух прямых углов.". [29]

В рамках Тарского не нужно несколько базовых объектов. Такая множественность может вызвать проблематичные отношения между этими объектами, или может иметь место молчаливая форма злоупотребления нотацией, как это видно в Grundlagen der Geometrie [30] Гильберта. Единственный объект - это все, что требуется - абстрактный объект без предполагаемых свойств, не имеющий никаких особое отношение к эмпирической реальности или интуиции.[31] Его свойства основаны исключительно на системе аксиом: точка в работе Тарского - это объект, определенный в соответствии с тем, что удовлетворяет аксиомам.

Какова же тогда сущность геометрии в ее различных гранях от Кляйна до Тарского? Ясно, что критика Фуллера заслуживает внимания, хотя и не вполне обоснована с исторической точки зрения. С точки зрения Фуллера, движение и перемещение были сформулированы так, что они стали чисто математическими объектами, маневром, который приводит к сведению динамики к аксиоматике, то есть статической структуре. Взгляды Гильберта на геометрию способствовали его консолидации как тому, что не имеет существенной связи с движением (так как линию можно также назвать стулом). Выполняя программу Гильберта по аксиоматически последовательной геометрии, Тарский начал говорить о геометрии в механических терминах. Тарский больше не относится к геометрии как к исследованию пространства (вместе с конструкциями в нем и через него); он скорее ссылается на его мета-свойства как на статическую структуру. Вслед за Фуллером можно сказать, что статические конструкции греков (например, квадрат или куб) были заменены статической структурой для самой геометрии.

---

29 Хит 1908a, 155.

30 Обратите внимание, что в Grundlagen der Geometrie линия представляет собой набор точек, но также функционирует как базовый объект.

31 См Ссылка Гильберта на цитату Канта о происхождении абстрактных идей от интуиции (Hilbert 1899, 1).

2.3 Две стороны математизации складки в 19 веке

В свете статической концепции геометрии мы спрашиваем, как складывание, как динамическая операция, воспринималось математически с 19-го века. Прежде чем перейти к концепции фуллеровского сгиба, мы кратко рассмотрим двойную роль складывания, которую оно в то время играло в математике. Это поможет нам расположить мысль Фуллера в рамках соответствующей исторической традиции.

Согнутый кусок (из бумаги, ткани и т. Д.) Считается таковым, если задействованы одна или две из следующих операций: сминание (как при сгибании бумаги подобно горных или долинных складок) или изгибание (без введения складок). В этом разделе мы приводим два примера математизации складывания 19-го века, в которой учитывались обе операции: Сундара Роу в своей рукописи «Геометрические упражнения в складывании бумаги» 1893 года и Леонард Эйлер, который описал складывающиеся поверхности. Эти математические вычисления рассматривали сворачивание не только как математический инструмент, но и как то, что выражает существенные признаки геометрической формы.

2.3.1 Складки Роу и появление физической прямой

Тандалам Сундара Роу был индийским математиком, который работал на правительство Индии в отделе доходов. Роу в основном известен своей книгой «Геометрические упражнения в сворачивании бумаги». [32]. Кляйн положительно упомянул работу Роу в Vorlesungen über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie, вызвав общий интерес к геометрии сворачивания бумаги.[33] Почему Кляйн был так впечатлен работой Роу над складыванием? Чтобы ответить на этот вопрос, давайте рассмотрим, как Роу работает с геометрией. Начнем с того, что Роу называет складывание бумаги «дарами детского сада» (слово «оригами» не фигурирует). Он ссылается на дары и занятия Фридриха Фребеля: «Идея этой книги была предложена мне Подарком детского сада № VIII. Фальцовка бумаги ».[34] Роу заявляет, что« эти упражнения не требуют математических инструментов », ссылаясь на линейку и циркуль, используемые в евклидовой геометрии.[35] Роу также обходится без необходимости аксиом:

«Преподавание плоскостной геометрии в школах может стать очень интересным благодаря простому владению навыками из детского сада…. [складывание бумаги]

---

32 См Friedman 2016 для подробного описания жизни и работы Роу.

33 Klein 1897, 42: «[…] мы можем упомянуть новый и очень простой метод выполнения определенных конструкций - складывание бумаги. […] Сундара Роу из Мадраса опубликовала небольшую книгу «Геометрические упражнения в складывании бумаги» […], в которой эта идея значительно развита ».

34 Строка 1893, VII. 35 Там же.

Дайте им [школьникам] аккуратные и точные фигуры и убедительно запечатлейте правду о суждениях. Нет необходимости принимать что-либо на веру ».[36]

Роу предлагает, чтобы обучение евклидовой геометрии детям могло быть выполнено без аксиом, то есть без «принятия на веру». По сравнению с Евклидом Роу предлагает другую концепцию геометрии: геометрию, не основанную на аксиомах или идеале. объекты, а скорее основанные на складывании как единственная допустимая операция. В результате становится яснее статус прямой линии как продукта и производителя одновременно.

Первая глава рукописи Роу начинается с описания материальности, а не с какой-либо основополагающей системы аксиом:

«Посмотрите на лист бумаги неправильной формы […] и на эту страницу, которая является прямоугольной. Давайте попробуем сформировать первый документ, как последний. Поместите лист бумаги неправильной формы на стол и сложите его на себя. Пусть X'X будет складкой, образованной таким образом. Это прямо ». [37]

Роу начинает с операции, основанной на бумаге и, следовательно, на материальности: складывание листа бумаги «неправильной формы», а затем и прохождение ножом. [38] Важным моментом, который следует здесь учитывать, является то, что полученная линия является прямой как простой результат складывания.[39]

Нет необходимости доказывать прямую линию или определять её как то, что проходит через две точки.

Поскольку линия X’X считается только следствием свертывания, она получает другой статус: она то, вдоль чего мы складываем: «Сложите бумагу, как и прежде, вдоль BY, чтобы край X'X удвоился сам по себе». [40] Теперь Row сгибает бумагу вдоль только что созданной линии, так что часть этой линии X'X будет сложен на себя. При рассмотрении созданного сгиба BY, Роу обнаруживает, что BY и X'X перпендикулярны [41]. Таким образом, создавая прямоугольник, Роу продолжает сгибание квадрата, сторона которого имеет единицу длины. Затем внутри складывается меньший квадрат, повернутый на 45 градусов относительно исходного квадрата. Процесс продолжается многократно, создавая путем складывания последовательности квадратов, встроенных друг в друга.

---

36 Там же, viii. 37 Там же, 1 (наш курсив). 38 Там же. 39 В отличие от 1887 года, проведенного Кемпе в работе с прямыми линиями (Kempe 1887, 2–3).

40 ряд 1893, 1.

41 «Развернув бумагу, мы видим, что складка BY находится под прямым углом к краю X'X» (там же).

В трактовке Роу прямая физическая линия приобретает особый статус: она сразу создается складкой и создает ее. Важно подчеркнуть, что Роу всегда имеет дело с отрезками - неизбежным результатом сгибания листа бумаги конечных размеров. Там нет ни бесконечных линий (и, следовательно, нет спора по параллельной аксиоме), ни базовых объектов для начала. Это довольно простая операция, которая инициирует геометрию. Основные объекты, Основные понятия и отношения между ними не играют той же решающей роли в книге Роу, как у многих из его современников. Роу не принимает во внимание ни теорию групп, ни аксиоматические методы, о которых он наверняка хорошо знал. В работе Роу именно складка - то, что заставляет дискретную конечную прямую линию выступать в качестве материальной дискретной единицы - играет решающую роль.

2.3.2 Эйлер, складчатые поверхности и дифференциальная геометрия

Обратимся теперь к развертываемым поверхностям: в этом контексте складка считается непрерывной операцией. Историю развертываемых поверхностей можно проследить еще до Аристотеля (384–322 гг. До н.э.) .[43] В их нынешнем определении развертываемые поверхности рассматриваются как особый тип линейчатых поверхностей: они имеют нулевую гауссову кривизну и могут отображаться на плоскость. без искажающих кривых. [44] Хотя история развивающихся поверхностей заслуживает подробного изложения, мы представим лишь краткий обзор, посвященный их связи со складыванием.[45] В своей разработке исчисления Леонард Эйлер (1707–1783) инициировал первое серьезное математическое исследование управляемых поверхностей. Он написал свою знаменитую рукопись «О твердых телах, поверхности которых можно развернуть на плоскости» - в оригинале: «*De solidis quorum superficiem in planum explicare licet*» - где он идентифицировал поверхности как границы твердых тел». Эйлер открыл рукопись утверждением, что цилиндры и колбочки обладают свойством того, что они могут быть выровнены или «развернуты на плоскости» в отличие от сфер. Эйлер хотел знать, какие другие поверхности имеют это свойство.[46]

---

42 Роу знает о других математических методах, что можно увидеть в работе 1906 года. Обратите внимание, что в том же году (1893) математик Герман Винер опубликовал еще одну рукопись о складывании. Смотрите: Фридман 2016.

43 Аристотель утверждает в «*De Anima*», что «линия своим движением создает поверхность» (Аристотель, 1928–1952, т. 3, 409a).

44 Гауссова кривизна определяется как произведение двух основных кривизн, которые являются собственными значениями второй фундаментальной формы рассматриваемой поверхности (вторая фундаментальная форма представляет собой квадратичную форму, определенную на касательной плоскости к точке на поверхности). Смотрите, например Pressely 2001, 147.

45 Для более подробных обзоров см .: Cajori 1929; Рейх 2007; Лоуренс 2011.

46 По словам Эйлера, «quorum superficiem itidem in planum explicare licet». В: Euler 1772, 3.

Для целей нашей дискуссии важно отметить, что расшифровка на латыни означает «объяснять», «развивать», а также «раскрывать». Выражение «in planum explicare», характерное для всей статьи [47], можно дословно перевести в «раскрыть на плоскости». Термин «разворачивающиеся поверхности» является более поздним.

Эйлеру не удалось найти разворачивающиеся поверхности (кроме цилиндров и конусов) с помощью аналитических средств. Используя геометрические принципы, однако, он действительно нашел решение. Используя геометрические результаты, Эйлер понимает, что линии, которые были параллельны на плоской бумаге, также не будут встречаться на согнутой, заключив, что линейный элемент поверхности должен совпадать с линейным элементом плоскости. Что удивительно, пожалуй, то, что геометрические принципы были вдохновлены сложенной бумагой: «*charta plicae*» .[48] Это была сложенная бумага, а не твёрдые тела, которая интуитивно дала возможность проследить за воплощением разворачивающихся поверхностей.[49]

Эйлер был не единственным, кто использовал такую терминологию: математик Гаспар Монж (1746–1818) также изучал разворачивающиеся поверхности в то время, и, как и в первом случае, описывал развертывающуюся поверхность (и кривые на ней) как *pliée*, т.е. Сгиб »[50]. Можно утверждать, что математики (например, Монж, Эйлер) считали, что складывание в течение этих десятилетий было важным действием для создания поверхностей, как операцией, основанной на материальности бумаги. Однако важно отметить, что с дальнейшим развитием исчисления и ростом дифференциальной геометрии термин «коллектор» (Mannigfaltigkeit), хотя и имеющий этимологическую связь со «сгибом», не был выбран для описания поверхностей как сложенных по своей сути, В своем выступлении 1854 года «Uber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen»[51] Бернхард Риман использовал термин Mannigfaltigkeit почти как синоним «величины», когда он заявил, что поставил перед собой «задачу построения понятия многократно расширенной величины» [52], и находил различные мотивировки при

---

47 Там же, 7, 8, 11, 27, 31 и 34. 48 Там же, 7.

49 Эйлер, конечно, был также одним из основателей топологии, наряду с Анри Пуанкаре, Соломоном Лефшецем и Иоганном Листингом. Фуллер интересовался топологическими преобразованиями (например, преобразованием Джиттербага, см. Раздел 3.5) и знал формулу многогранника Эйлера: V - E + F = 2 (см. Раздел 3.4).

50 Например, в: «Mémoire sur les développées», «Les rajons de courbure» и «Les дифференцированные жанры d'inflexions des courbes двойного сурка» (Monge 1785, 517 - 519); Заявка на анализ по принципу géométrie, l'ageage de l'Ecole impériale polytechnique (Monge 1809, 348 среди других), описательная География (Monge 1811, 141).

51 Риманн 1868. Ср. также Кантор 1878, где можно сказать, что оба математика приняли многообразия как множества.

52 Riemann 1868, 133: «Их хаб, мир, мир, будущее», «День Бегрифа, Эйн Мехерфах, Германия, Франция», «Грюсенбегриффен конструктор».

первом использовании термина. «Mannigfaltigkeit» для Римана в равной степени может быть дискретным; это не обязательно относится к поверхности. Говоря о непрерывных многообразиях, интуиция Римана предусматривает выбор термина «Mannigfaltigkeit» - положения объектов и цветов. Неудивительно, что развертывающаяся поверхность была и считается многообразем, а не сложенным листом бумаги.

3. Мобильные структуры Фуллера

Как было показано в разделах 2.2 и 2.3, отход от материальности произошел в геометрии в конце 19-го века: рассмотрим, например, очевидную механизацию геометрии Тарского. Рукопись Роу, с другой стороны, была либо полностью проигнорирована, либо подвергнута критике за то, что она «слишком инфантильна для взрослого человека».[53] На этом фоне Фуллер предположил, что устойчивая геометрия (в виде плоскостей и линий) фактически возникает из подвижных движущихся складок, нитей и трансформаций.

---

53 Young / Young 1905, vii.

3.1 Фуллер и Семпер: складки и чередования

Складки и складывание - не главное соображение в работе Фуллера. Однако наиболее характерные из его артефактов - будь то экспериментальные здания, карты или геометрическое моделирование - действительно складываются или полагаются на складывание как деформирующую операцию, как видно на рис. 1.[54] Принимая во внимание, насколько жизненно важные операции складывания были важны для практического замысла Фуллера, его замечания по этому вопросу были обойдены экономно, причем большинство из них были посвящены конкретным проблемам складывания, таким как большие круги. [55] В противном случае можно было бы ожидать, что теория свертывания будет сопровождать богатый дискурс Фуллера о дизайне, она лишь косвенным образом обнаруживается в его артефактах и геометрии Синергетики..[56] Эта диспропорциональность призывает нас заново открыть негласную теоретическую основу, из которой можно реконструировать складку и деформирующую операцию.

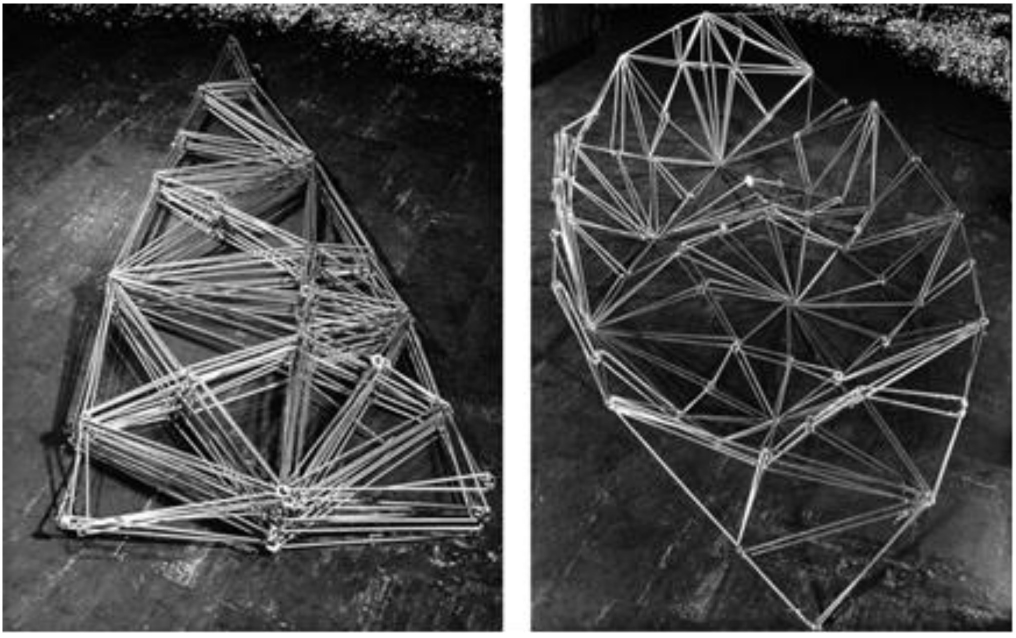

Рис. 1: Ожерелье-купол: один из первых свернутых геодезических куполов Фуллера, выполненный в 1950 году.

---

54 См. Также рис. 6 и 7: преобразование джиттербаг.

55 Fuller 1975a (разделы 450 - 9) демонстрирует восемь моделей (кубоктаэдр и октаэдр, среди прочих), которые можно построить, сложив целые круги (с помощью транспортира, используя складывание в стиле оригами). См. Fuller 1975a, раздел 459.03: «Шесть больших кругов икосаэдра можно сложить от центральных углов 36 градусов каждый, чтобы образовать шесть пятиугольных галстуков-бабочек». Ср. также Фернли 2009.

56 Изменяющиеся и развивающиеся отношения между теорией и дизайном в работе Фуллера видны в: Краусcе /Лихтенштейн, 1999; Краусcе / Лихтенштейн 2001.

В своих ранних исследованиях Фуллер исследовал способы снижения весовых нагрузок в архитектуре и строительстве. Он был известен тем, что провоцировал коллег-архитекторов вопросом: «Кто-нибудь знает, сколько весит данное здание?» [57]. Снижение весовой нагрузки, используемое в качестве стратегии проектирования, было для него средством проверки экономичного и эффективного строительства. Фуллер отметил, что весовые характеристики естественно возникают при проектировании морских судов, транспортных средств и летательных аппаратов, в то время как при строительстве зданий эта информация считается несущественной. Его вопрос пытался преодолеть разрыв между двумя практиками (или менталитетами): мобильной и стационарной.

Методы консолидации, складывания и адаптации к размеру или форме присутствуют во всех мобильных формах обитания человека (таких как палатки, юрты и типи). Это относится не только к самим архитектурным сооружениям, но и к оборудованию и мебели, которые идут вместе с ними. Для кочевого образа жизни вес - не единственный решающий критерий. Объекты, принадлежащие домашнему хозяйству, должны соответствовать требованиям для перевозки. Складывание в значительной степени удовлетворяет этим требованиям: оно позволяет объектам принимать различные формы, будучи либо плоскими, либо пространственно расширенными. Складывание позволяет преобразование, с помощью которого объекты могут быть адаптированы к мобильности. Складки, таким образом, являются как результатом, так и выражением движений, чьи паттерны событий Фуллер суммирует в рамках концепции прецессии.[58]

Из первых рук можно наблюдать прямую связь между движением и складыванием повседневной одежды и текстиля: платьев, плащей, штор, ковров и т. д., А также регулируемых гибких пространственных перегородок.[59]

---

57 «Кто-нибудь знает, сколько весит данное здание? Однажды я спросил на американском Симпозиуме архитекторов, в том числе Рэймонда Гуда и Фрэнка Ллойда Райта, а также архитекторов Рокфеллер-центра,Эмпайр Стейт Билдинг и Крайслер Билдинг, сколько весят различные конструкции, которые они проектировали. Очевидно, вес не был одним из их приоритетов. Они не знали ». В: Fuller 1963, 53.

58 «Влияние всех компонентов Вселенной в движении на любой другой компонент в движении - это прецессия, и, поскольку все компоненты компонентов Вселенной кажутся шаблонами движения, в какой бы степени они ни влияли друг на друга, они влияют друг на друга. друг друга прецессионально, и они дают результаты, отличные от 180 градусов. Прецессия означает, что два или более тела движутся по схеме взаимосвязи, отличной от 180 градусов ». В: Fuller 1975a (раздел 533.01), 287.

59 «Фуллер» охватывает всеобъемлющее понятие места обитания с «контролем окружающей среды». См. Фуллер 1963, 55 фр .; Сравните Krausse 2002b, 97 и след.

Тот факт, что в соответствии с этим аспектом регулирования между внутренним и внешним, системное соответствие между организмами и артефактами может быть разработано, не в последнюю очередь подтверждается тем, что использование шкур животных и коры деревьев относится к одной из самых старых технологий пространственного деления.

Архитектор Готфрид Семпер (1803–1879 гг.), Которого считают одним из создателей исследований материальной культуры, вывел свою теорию архитектуры из примитивных артефактов, таких как одежда, используемых для разделения пространства. Эта теория находит выражение в его монументальной работе «Стиль в техническом и тектоническом искусстве»; или практическая эстетика (1860–3) .[60]

Для нас особенный интерес представляет его рассказ о текстильном происхождении архитектурных пространственных ограждений, примером которого является стена как архитектурный элемент. В своем эссе 1853 года он пишет:

«В нашем немецком языке есть слово, которое обозначает видимую часть стены, мы называем эту часть стены *die Wand*, словом, которое является общим корнем и почти такое же, как у *Gewand*, что означает плетеный материал; конструктивная часть стены имеет другое название, мы называем его *Mauer*. Это очень важно »[61].

«Обозначение», следовательно, является отличительным. Здесь можно найти не только два класса материалов - ткань и волокно с одной стороны, камни и грунт с другой - но также два разных принципа строения, отраженных в двух разных типах конструкции. В то время как твердые кристаллические материалы имеют тенденцию сопротивляться силам сжатия, пока они не уступят давлению в виде переломов и трещин, материалы на основе волокон поглощают растягивающие, притягивающие силы и изгибающие напряжения; - в отличие от кристаллических материалов они гибкие. Сэмпер показывает в своих ранних работах, что последние предшествовали каменной кладке.

«Это факт, - пишет он, - что первые попытки индустриального искусства, которые были сделаны людьми на пороге цивилизации и которые мы все еще наблюдаем, - это одежда и циновки. Эта часть материальной культуры, как замечают, известна даже племенам, которые не имеют ни малейшего представления об одежде ». [62]

Косы, ковры, плетения и завесы первоначально использовались для организации пространства и перегородок, к которым впоследствии были добавлены

---

60 Semper 2004. 61 Semper 1983, 21. 62 Там же.

твердые конструкции, «Толстые каменные стены были необходимы только в отношении других второстепенных соображений, например, для придания прочности, стабильности, безопасности и т. д. Там, где эти вторичные соображения не имели места, завесы оставались единственным средством разделения; и даже когда первые стали необходимыми, они образовали только каркас стен, а реальную функцию несли пестрые занавеси и гобелены »[63].

Семпер продемонстрировал, как эти элементы позволяют создавать гибкие внутренние перегородки.[64] Гибкость и мобильность изначально составляли единицу, которая теряется при использовании твердых конструкций и должна быть компенсирована использованием дверей. Эта идея пережила модернистское возрождение в виде мобильных перегородок, раздвижных дверей и гармошек. Наиболее яркий пример можно найти в навесных стенах, конструкция которых в утопленных железобетонных колоннах с углублениями (как в Bauhaus Dessau 1926) объясняет старую истину: ограничивающие пространство элементы архитектуры в действительности являются структурами подвески, подверженными натяжению.

3.2 Одновременное складывание Фуллера

Повторное введение Семпером в обработку материалов на основе волокон и манипулирование формой было взято на вооружение Фуллером; на этот раз, конечно, в условиях передовой индустриализации, новых материалов, инновационных технологий строительства и глобальных транспортных систем. Фуллер определяет фундаментальное отношение человеческого существования к мобильности следующим образом:

«Человек был создан с ногами, а не с корнями. Ему суждено вечно увеличивать свободу индивидуально выбранных движений, сформулированных в предпочтительных направлениях, так как его космический корабль Земля вращает свой экватор со скоростью 1000 миль в час, вращаясь вокруг Солнца со скоростью один миллион миль в день, квадриллионы атомных компонентов, из которых состоит человек, постоянно переплетаются и преобразуются со скоростью семь миллионов миль в час. И человек, и вселенная действительно сложная совокупность движения »[65].

---

63 Там же.

64 В качестве примера Семпер приводит карибскую хижину, в которой стены могут быть перенесены и не связаны с крышей. Ср Semper 1986, 34f.

65 Фуллер, 1969, 348.

Это краткое изложение того, что Фуллер назвал сценарием вселенной. Именно этот сценарий является неотъемлемой частью описания энергетически-синергетической геометрии Фуллера.[66] Сценарий предпочтительнее теорем или аксиом; он подчеркивает априорную временность (геометрического) события: «Вселенную», представленную в его книге «Синергетика», «можно грамотно представить только в виде великого бесконечного, но конечного сценария, чья пока незаполненная кинолента постоянно самовосстанавливается […]. Наша Вселенная конечна, но не одновременно концептуальна: сценарий движущейся картины не одновременных и только частично перекрывающихся событий ».[67]

Ссылка на сценарий и на ловкость и мобильность фильма выражает глубокое недоверие Фуллера к изображению, неподвижному изображению, единственному кадру с его подразумеваемой неподвижностью. Единственное изображение вызывает иллюзию одновременности событий, как на изображении звездного неба, , которое демонстрирует свет, который на самом деле исходит от звезд в разные моменты времени.

Только при рассмотрении более продолжительных периодов времени можно наблюдать эволюцию и метаморфозу в природе. Акцент на неодновременность (с максимальным частичным перекрытием) также присутствует в том смысле, в каком «сворачивание» присутствует в немецких словах *Überlegung* и *überlegen*. Глагол *überlegen* действительно имеет следующие три различных значения: 1) прикрытие; пальто; 2) рассмотреть; созерцать, 3) положить объект поверх другого объекта.[68]

Введение сценария, как формы мышления и представления, позволяет нам работать с частично перекрывающимися событиями, где сценарии являются как описательными, так и предписывающими - предписывающими в отношении действий, которые будут выполнены, завершены и таким образом осуществлены[69]. Перформативный аспект сценария также играет роль в геометрии Фуллера, которая настаивает на воплощении и материализации геометрических фигур в модели, а также в живом исполнении обнаруженных им преобразований.

---

66 Фуллер, 1975а (раздел 320.01–02), 87.

67 Там же.

68 Гримм, 1936, колонка 385.

69 Относительно различных аспектов производительности в работе Фуллера, ср. Краусса 2016

Как Фуллер пришел к тому, чтобы принять сценарий в качестве основы для познания? Мы уже обнаруживаем его происхождение в его первом архитектурном проекте, в качестве основы для дизайна. Конструкция, которую он имеет в виду, разработана не в соответствии с планировкой своего назначения, а в соответствии с удобством транспортировки. Дом башни, который был спроектирован в 1928 году, может быть изготовлен промышленным способом, а затем доставлен по воздуху (с помощью Zeppelin); он может быть доставлен в любую точку земного шара. Фуллер еще до того, как разъяснил, что было необходимо и подразумевалось при строительстве такого дома, сначала смоделировал эту беспрецедентную процедуру. С этой целью Фуллер нарисовал серию набросков в виде комикса, на которых были изображены ключевые события этого сценария.[70]

Записи Фуллера с этого периода показывают, как внимательно он следил за развитием этого популярного жанра, и это отражается на его потенциале в качестве формы представления: «неоспоримо, „Funnies" являются наиболее популярными колонками наших ежедневных газет, и могут быть рассмотрены экономически, как глазурь, которая продает пирог. Более значительным является то, что эти забавы полностью утратили рамки «фарса» и стали сериалами полезной философии ». [71] Еще позже, когда он готовил карты и диаграммы сложных глобальных данных (карта мира энергии, глобальное развитие транспорта, история выделения химических элементов), Фуллер настаивал на «поддержании колонки комиксов» .[72]

Следы сценарного мышления, частичного перекрытия и ясности комиксов можно найти также в живописном изображении Фуллера процесса конструирования. Возьмем, к примеру, последовательность фотографий, иллюстрирующих строительство дома Dymaxion, начиная от его компонентов, через отдельные этапы сборки, до готового и меблированного жилого дома.

Та же самая картина появилась во второй его попытке построить этот дом - хотя и с измененным контуром - на авиационном заводе. На этот раз он действительно был реализован в качестве прототипа[73]. Помимо процесса сборки, самая важная вещь в этой последовательности фотографий - это демонстрация начального и конечного этапов строительства: начальная сборка легких тонких деталей, занимающих мало места, против готового занимающего много места здания. Перед началом строительства строительные детали раскладывают, как раскладывают вещи перед упаковкой чемодана.

---

70 Krausse / Lichtenstein 1999, 99 –103.

71 Краусса / Лихтенштейн 2001, 102.

72 Там же, 152 (из «Земли Фуллера» (1947)).

73 Соответствующие серии фотографий Дома Dymaxion и жилого дома Wichita напечатаны на:Марки 1960, 84 f и 128 -133.

Таким образом, можно проверить все компоненты по порядку; они были разработаны, чтобы вписаться в контейнер наиболее эффективным способом. В случае с домом Уичито в 1946 году цилиндрический металлический контейнер для хранения служил также ключевым конструктивным элементом здания. Упаковка хорошо сочетается с концепцией и практикой складывания. Транспортировка и распаковка на строительной площадке должны учитываться при проектировании контейнера и его содержимого. Распаковка должна соответствовать пошаговой сборке с цветовой кодировкой вплоть до готового, полностью меблированного дома под ключ. Это превращает строительство в представление, которое следует точному сценарию.[74]

Неслучайно, что этот спектакль, как и в последовательности кадров фильма, напоминает процесс разворачивания растения от семени до почки, за исключением того, что его происхождение восходит к дизайну, из которого механические детали разрабатываются для кооперирования и соединения.

3.3 Семенные стручки, вирусы и геодезические купола

Более разнообразные сценарии проектирования связаны с процессами органического роста в различных случаях. Одна из его экспериментальных конструкций, Flying Seedpod 1953 года, представляет собой механизм чистого складывания.[75] Flying Seedpod - это купол диаметром 42 фута, который может настраиваться полуавтоматически. Будь то компактная транспортируемая связка или развернутая архитектурная структура, все части остаются соединенными друг с другом гибкими узлами или соединениями. Пучок состоит из 30 сложенных внутрь штативов, цепи которых соединяются в шаровые шарниры. Систему штативов можно раскладывать и выравнивать, выдвигая поршни в пневматических цилиндрах - радиально направленных трубках в вершинах купола. С удлинением поршней сетка из кабелей натягивается.

---

74 Сценарное мышление Фуллера смотрит не только на конечный продукт, но и на конечное использование. Со своими структурами он предполагает «демонтируемость», с материалами - «рециркуляцию». Ответственность за дизайн распространяется на весь жизненный цикл продукта - то, что Фуллер назвал «от колыбели до могилы». Он взял комбинацию цикла продукта вместе с переработкой, чтобы перейти от «колыбели к могиле» к лозунгу «от колыбели к колыбели». Относительно «Демонтаж» ср. Марки 1960, 112–113. Относительно утилизации, ср. Фуллер, 1938, глава 38, 316–322; Перепечатка в: Krausse / Lichtenstein 2001, 117–120. Относительно «от колыбели до колыбели», ср. Braungart / McDonough 2009.

75 См. Рис. 2: серия из четырех фотографий «Летающий стручок» 1954/5.

Прозрачное безопорное покрытие купола приобретает упругость и жесткость, за счет взаимодействия его «тяни-толкай» компонентов. Flying Seedpod был проектом, который Фуллер реализовал в 1953 году со студентами из Вашингтонского университета (рис. 2).

Изучение складчатых конструкций геодезических куполов развивалось параллельно с прогрессом в миссиях по исследованию космоса, так что в «Летающих семеноводствах» можно увидеть «первую научно разработанную квартиру» - ракетную капсулу на Луну.[76]

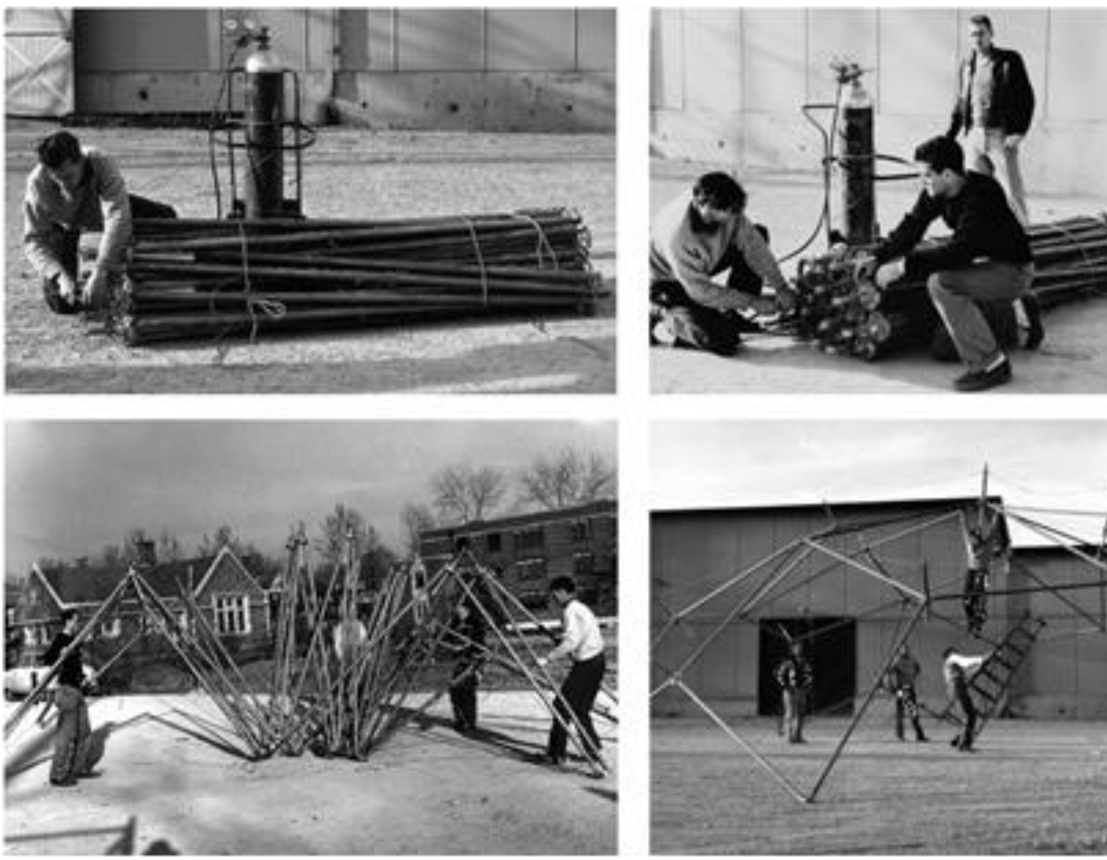

Рис. 2: Летающий стручок. Вашингтонский университет, Сент-Луис, 1953; Разборная геодезическая структура.

76 «Возможно, вы смотрите на прототип структурных принципов, которые мы можем использовать при отправке первого научного жилища в истории на Луну. Как вы видите, все конструктивные элементы плотно связаны друг с другом, так что их можно транспортировать в минимальном объеме внутри капсулы ракеты ». Fuller 1965, 70; Основы Фуллера для складных конструкций позднее продолжил его ученик Джо Клинтон для НАСА. См Клинтон 1971.

Хотя семя было названо «лунная структура», оно не полетело на луну. Вместо этого оно проявилось другими способами в мире молекулярной биологии. Фуллер рассказывает, как это произошло:

> «Принцип структурной динамики […] Лунной структуры, летающего семенного короба и его трансформируемости по логистическим схемам интересен вдвойне, потому что они оказались также той же структурной системой самореализации, используемой классом микрокосма - белковыми оболочками всех типов вирусов. Около трех с половиной лет назад молекулярные биологи в Англии и их коллеги в Америке, работая в команде, пытались обнаружить структурные характеристики белковых оболочек вирусов с помощью рентгеноструктурного фотографического анализа. Эти вирусологи обнаружили, что белковые оболочки вирусов были сферической геодезической структурой. Имея ранее опубликованные фотографии моих геодезических структур, они переписывались со мной, и я смог дать им математику и показать им, как и почему эти структуры возникают и ведут себя так, как они. Теперь они обнаружили, что структура полиовируса имеет ту же структуру, что и возможная «структура Луны». Вирус полиомиелита вместо того, чтобы иметь треноги снаружи и кластеры пяти и шести ног внутри, имеет пяти- и шестисторонние соединения снаружи и треноги или трехсторонние внутри ». [77]

Столкновение между экспериментальными архитектурными структурами Фуллера и наукой того времени можно было бы назвать случайным - случайное соответствие между структурами в самых разных масштабах - если бы не геометрия, которая обеспечивает связь более общего характера.

Исследователи из Биркбекского колледжа в Лондоне обнаружили, что вирусные капсиды поразительно напоминали геодезические купола Фуллера [78], когда самый большой, почти 120 м в диаметре был только что завершен, , что делало его самым большим из когда-либо построенных безопорных купольных пролетов.[79]

---

77 Фуллер, 1965, 72.

78 См Morgan 2003, 86: «В середине 1950-х годов Фрэнсис Крик и Джеймс Уотсон попытались объяснить структуру сферических вирусов. […] Биофизические и электронные микрофотографии показали, что многие вирусы имели> 60 субъединиц. Черпая вдохновение из [геодезических куполов и архитектуры Фуллера], Дональд Каспар и Аарон Клаг [...] предположили, что сферические вирусы были структурированы как миниатюрные геодезические купола », образуя (протеиновую) оболочку. Действительно, «идея заключалась в том, чтобы идентичные вирусные субъединицы могли связываться друг с другом в квази-эквивалентные позиции для формирования оболочки с> 60 субъединицами при сохранении одного и того же конкретного образца связи между субъединицами »(там же, 88).

79 Union Tankcar Company Geodesicdomes, Батон-Руж, Луизиана; Железнодорожный ремонтный цех, октябрь 1958 г., см. Марки 1960, 222f.

Та же самая сферическая структура, найденная в природе, ожидалась Фуллером, точнее, как если бы он строил свои геодезические купола в соответствии с образцами природы. Первые записанные изображения капсидов, полученных с помощью электронного микроскопа, были опубликованы в 1962 году; что сделало очевидным сходство[80]. Исходя из этого и других архитектурных структур Фуллера 1960 года, математик Гарольд Скотт Макдональд Коксетер смог сопоставить отдельные купола, каждый из которых несколько отличается по своему геометрическому разрешению геодезических сетей, с отдельными типами вирусов, чьи капсиды также изменяются геометрически.[81] Этот новый визуальный вклад, полученный благодаря достижениям в электронной микроскопии (ЭМ), сделал подобие еще более очевидным в микроорганизмах. Фуллеру удалось увидеть электронные микроскопические изображения морских микроорганизмов(увеличено примерно до 50 000 раз), сделанных биологом Герхардом Хельмке (который специализировался на легких конструкциях в природе), на встрече 1962 года вместе со своими коллегами Фреем Отто и самим Хельмке. Архитектор Фрей Отто, который только что основал исследовательскую группу «Биология и строительство», позже сообщил, как впечатлился Фуллер:

«Стереоскопические фотографии выглядели как модели знаменитых куполов Фуллера. Для участников было ясно: если бы он [Фуллер] знал оболочки диатомовых прежде, весь мир сказал бы, что он узнал об этом, наблюдая за живой природой. Если бы он знал оболочки диатомовых водорослей, какими они были на самом деле, он, вероятно, не осмелился бы строить свои оболочки ».[82]

Когда Фуллер встретился с Аароном Клугом и его междисциплинарной группой исследователей в июле 1959 года, еще не было четких изображений, только следы рентгеновского анализа кристаллов. Даже когда Клугу удалось применить кристаллографический ЭМ для анализа сложных вирусных капсидов, полученные изображения были довольно запутанными: из-за его большой глубины фокуса все структуры были изображены одна поверх другой. Клуг, получивший Нобелевскую премию по химии в 1982 году за эту и другие работы, отметил в своей нобелевской лекции: «Таким образом, мы знали, что искали, но вскоре обнаружили, что не понимаем, на что мы смотрим». [83] Геодезические купола Фуллера служили не только как возможное руководство для расшифровки этих изображений ЭМ. Это были геометрические модели в целом, которые позволяли узнавать неопознанные микроявления.

---

80 Ubell 1962, 1.

81 Коксетер, 1971. О взаимоотношениях между Коксетером и Фуллером см. Roberts 2006, глава 9.

82 Otto 1985, 8. 83 Klug 1992, 89.

3.4 Платоновы тела: стабильная среда обитания?

Точка соприкосновения между проектами Фуллера и структурной химией вытекает из функционального соответствия: оба имеют дело с проблемой жилья, которая должна решаться с максимальной заботой о ресурсах - можно считать, что белковые оболочки являются самыми маленькими домами в природе. В случае вируса пространство внутри занято молекулами ДНК и РНК, которые плотно сложены и упакованы в ожидании подходящего хозяина, чтобы открыть оболочку белка. Тем не менее, как купола Фуллера, так и капсиды представляют собой попытку решить проблему оптимизации - максимальную емкость для наименьшей площади поверхности. Геометрическим решением проблемы является сфера, которую выбирают как Фуллер, так и вирусы.[84] Обращаясь теперь к структурным элементам приблизительно сферического корпуса или оболочки, необходимо разработать метод регулярного подразделения сферы.

При разделении сферы Фуллер, подобно вирусам, морским микроорганизмам и молекулам углерода, выбирает другой путь по сравнению с разделением земного шара на сеть долгот и широт. Он избегает классической конструкции купола, используя меридианные рёбра и горизонтальные кольца или полосы. Вместо этого сфера симметрично разделена на правильные многоугольники, описанные Платоном как Элементы в его диалоге Тимей.

Общим для всех платоновых тел - тетраэдра, гексаэдра (куба), октаэдра, додекаэдра и икосаэдра - является то, что их вершины лежат на описанной сфере, а их края, однажды спроецированные на описанную сферу, образуют сегменты дуг одинаковой длины. Сегменты дуги являются частью больших кругов. Грубо говоря, большие круги - это пути минимальной длины на сфере. Они соответствуют прямым линиям евклидовой геометрии. Вместе большие круги и линии принадлежат к классу путей, известных как геодезические. Возвращаясь к платоновым телам, система геодезических сегментов, полученная проекцией на описанную сферу, образует правильную сетку, которая делит поверхность шара на равные многоугольники.

С икосаэдром получается наиболее плотно организованное подразделение; он состоит из 20 равносторонних треугольников, примыкающих вдоль 30 ребер и соприкасающихся в 12 вершинах. Согласно характерной формуле Эйлера, $V - E + F = 2$, где V обозначает количество вершин, E - число, F - число граней. Пять ребер встречаются в вершинах икосаэдра. Пятикратная симметрия вращения поддерживается во всех ее подразделениях. Это становится ясным, если взглянуть на усеченный икосаэдр:[85] 12 вершин обрезаны; одна треть каждого ребра усекается

---

84 Мы оставляем в стороне класс вирусов в форме палочек, таких как прототип вируса табачной мозаики.

85 Состоит из 32 граней, 90 ребер и 60 вершин.

на каждом из двух концов, в результате чего получается новый многогранник, состоящий из 12 пятиугольников и 20 шестиугольников, причем каждый пятиугольник окружен пятью правильными шестиугольниками. Усечение икосаэдра позволяет уточнить сферическое подразделение, тем самым лучше приближая сферу. Усеченный икосаэдр теперь известен благодаря футбольному мячу Телстар и открытию молекулы углерода C^{60}. Нобелевские лауреаты по химии 1996 года, Гарольд Крото, Ричард Смолли и Роберт Керл, ответственные за открытие, назвали его Buckminsterfullerene в знак признания работ архитектора.[86]

3.5 От складывания и складываемых платоновых тел до преобразования джиттербаг

Вопрос, который занимал вирусологов, заключался в том, что вирусные капсиды, включающие, по меньшей мере, 120 белковых субъединиц в, казалось бы, идентичных условиях, создали свою структуру аналогично геодезическим куполам Фуллера, куполам, которые могли иметь более 180 треугольных субъединиц. Эти купола могут слегка видоизмениться, так чтобы соответствовать геодезической сетке на сфере.[87] Фуллер мог прояснить это с помощью своей сетки и с помощью формулы, описывающей общее количество ребер этих триангулированных куполов. Расположив на каждом углу треугольника шар радиуса 1, Фуллер вообразил растущую структуру оболочки, начиная с 12 шариков, центр которых расположен на поверхности сферы, затем, пока структура растет, а другой слой расположен симметрично снаружи из первого слоя, будет 42 шара, затем 92 шара и так далее, по формуле: $n = 10f^{2} + 2$. С помощью этой формулы Фуллер основывает свой расчет на кубооктаэдре, являющемся одним из 14 полурегулярных архимедовых многогранников: при вписывании кубооктаэдра с длиной ребра 1 в сферу Фуллер инструктирует, как объяснено выше, разместить 12 шариков с центром в вершинах. Так как можно увеличить сферу и кубооктаэдр (когда теперь длина ребра кубооктаэдра равна 2), можно разместить 42 шара с центром в вершинах, ребрах и гранях кубоктаэдра. В формуле Фуллера n обозначает шары, расположенные симметрично в растущих оболочках, где f обозначает количество слоев этих растущих структур.[88]

---

86 Kroto 1996. См. Также Krausse 2002a.

87 «[…] мы обнаружили, что способ, которым были построены эти вирусы, был похож на способ, которым были построены геодезические купола. Геометрически вы не можете поместить более 60 одинаковых единиц на поверхность сферы, каждая из которых создает идентичные контакты […] Вирус, над которым мы работали, имел 180 субъединиц - трижды по 60 - так что они не могли все быть в одинаковых окружающей среды. ”В: Klug 1995, 10.

88 Подробное объяснение см .: Edmondson 1987, 114–116. Для доказательства утверждения Фуллера: Коксетер, 1974.

И чем выше частота, то есть число слоев, тем больше количество шариков и, следовательно, треугольные субъединицы (созданные путем рисования линии между тремя смежными касательными шариками) являются тем более мелкоячеистой сетью геодезических структур. Фуллер добавляет, что « эти последовательные слои, которые пронизывают друг друга во всех направлениях, могут быть отождествлены с энергетическими волнами, излучающимися во всех направлениях от ядра». [89] Под «ядром» Фуллер указывает на тот факт, что при размещении 12 шаров радиуса 1 на сфере, центр которой является вершинами кубооктаэдра, есть место для дополнительного шара - так называемого «ядра», который расположен точно в центре сферы и касается всех остальных 12 шаров (см. рис. 5).

Поэтому математическая модель Фуллера не была разработана на основе икосаэдра или каких-либо других тел Платона: как мы объясним позже, - когда шарики расположены в вершинах икосаэдра, полученная таким образом структура не имеет ядра, из которого исходит «энергия волны ». Чтобы увидеть, как нужно ядро, нужно построить структуру из плотно упакованных одинаковых сфер. Соединяя центры сфер в определенных расположениях, можно получить элементарные формы, например платоновы тела.

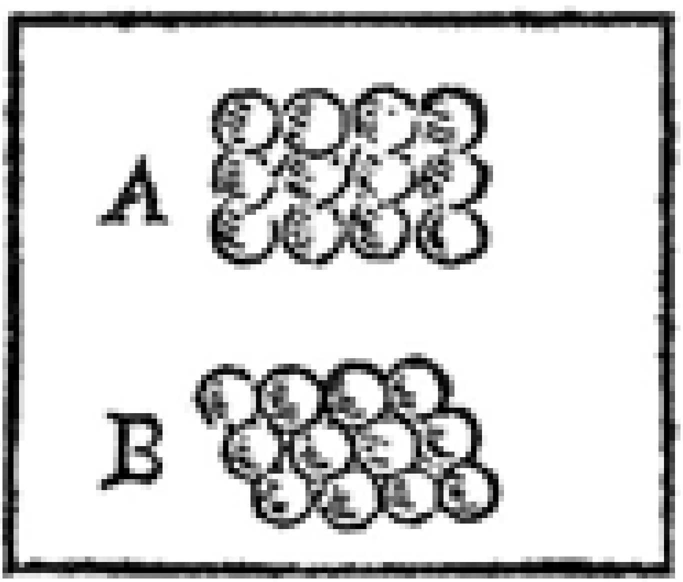

Рис. 3: два типа плоской упаковки сфер Кеплера.

---

89 Краузе / Лихтенштейн 2001, 169.

Механизмы упаковки сфер - будучи непересекающимися, возможно, соприкасающимися сферами - восходят к книге Иоганна Кеплера 1611 года «*De Nive sexangula*». В ней Кеплер проводит различие между двумя типами упаковки: одной, которая образует куб, и другой, которая образует тетраэдр. [90] Книга Кеплера - это прежде всего исследование гексагональной формы снежинок. Что касается самого плотного заполняющего пространство расположения сфер, Кеплер предположил, что самая плотная упаковка дает ромбоидальные агрегаты, известные как ромбические додекаэдрические соты. Плотность упаковки твердых сфер η сегодня определяется как:

$$\eta = \lim \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \mu(K_i \cap B_t)}{\mu(B_t)}$$

где μ (X) - объем X, Bt - шар радиуса t с центром в начале координат, а Ki - шары, которые используются для упаковки.[91] Из этого следует, что плотность упаковки шариков всегда меньше 1 Когда Кеплер обсуждает упаковку сфер, он предлагает два типа. Первая - это простая кубическая упаковка, а вторая - это то, что сегодня называется упаковкой FCC, то есть гексагональной компоновкой. Что касается кубического расположения, Кеплер заключает: «Расположение будет кубическим, и гранулы, подвергнутые воздействию давления, станут кубиками. Но это будет не самая плотная упаковка ». Однако, рассматривая вторую упаковку, Кеплер отмечает, что « это расположение будет более сопоставимым с октаэдром и пирамидой. Упаковка будет максимально плотной, так что ни при каких других условиях больше шариков не может быть помещено в один и тот же контейнер ».[92] Сегодня известно, что плотность упаковки FCC составляет $\pi / (3\sqrt{2}) \sim 0{,}7405$, тогда как плотность простой кубической упаковки составляет приблизительно 0,6802, но Кеплер не приводит никаких причин, почему это пирамидальное расположение является самым плотным. [93]

---

90 См .: Кеплер, 1966. См. Также рис. 3.

91 См. Например Конвей / Слоун 2013, 8.

92 Кеплер [1611] 1966, 15.

93 Утверждение Кеплера, более известное как гипотеза Кеплера (о том, что наиболее плотная упаковка одинаковых шаров в пространстве представляет собой кубическое или гексагональное расположение), было доказано только в 2014 году Томасом Хейлсом.

Фуллер изучал упаковку сфер благодаря своей работе над подвесной конструкцией Дома Димаксион. Для этой цели он использовал кабели, обмотанные вокруг внутренней веревки. При разрезе кабелей видно, что поперечное сечение состоит соответственно из шести единиц вокруг одного центра («шесть вокруг одного». См. Рис. 4b) .[94] В этом поперечном сечении Фуллер видит прототип симметричного роста. Первое исследование Фуллера волново-механической матрицы появляется в сетках для его гексагональной планировки дома на мачте, в которой интервалы задаются не только в измерениях длины, но и в единицах времени.[95] Первоначальное видение матрицы (или изотропной векторной матрицы) находится в гексагональной конфигурации, заполненной кружками: она относится к классу двумерных плотнейших упаковок. Соединяя центры соседних кругов с линиями, можно получить часть конфигурации из 9 треугольников, которые пифагорейцы называют тетрактисами, как видно на рис. 4a.

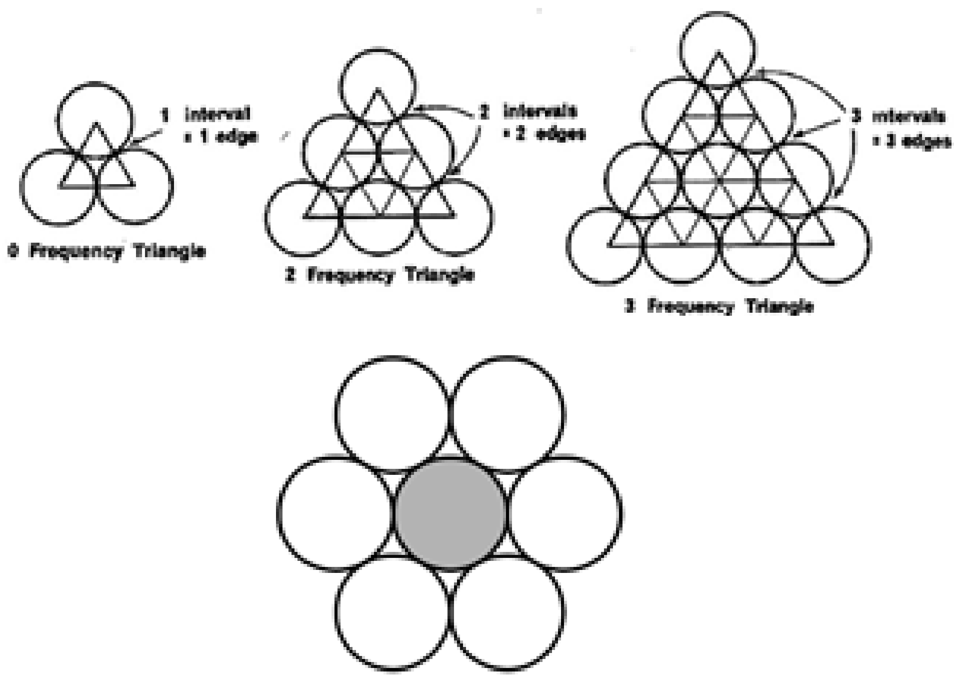

Рис. 4: (a) Только с самым правым изображением (тетрактисами) можно заметить появление ядра в середине вписанного шестиугольника. (б) конструкция Фуллера «шесть вокруг одного», полученная из тетрактисов. Ядро это серый круг.

---

94 В журнале он редактировал «Шелтер» (ноябрь 1932 г., стр. 106–107). Фуллер собирал картины, которые, в частности, показывали снежные кристаллы, поперечные сечения кабелей и гексагональный план Дома Димаксион. См. Факсимильную перепечатку в:Краузе / Лихтенштейн 1999, 172–173.

95 Краузе / Лихтенштейн 1999, 114 ф. «План на основе времени для 4D House», рисунок 1928.

При распространении этого метода на трехмерную плотную упаковку, смоделированную на кубооктаэдре, Фуллер указывает:

«Когда центры сфер одного радиуса в ближайшей упаковке соединены линиями [т.е. возможно бесконечная ферма, смоделированная как кубооктаэдр], формируется изотропная векторная матрица. Это представляет собой набор равносторонних треугольников, которые рассматриваются как всеобъемлющая система координат наиболее экономичных, наиболее удобных структурных взаимосвязей природы, использующих 60-градусную ассоциацию и диссоциацию ». [1]

То, что искал Фуллер, становится ясным в его книге 1938 года «Девять цепей на Луну». Там Фуллер призывает основанную на времени геометрию, которая учитывает распространение волн и лучей и процессов роста в пространстве и времени: «Время или насколько далеко (или, точнее,« быстрым ») радиально наружу, во времени и пространстве, интегрируется как скорость или центр сферы ». [2] Ментальный образ, который использует Фуллер, - это« расширяющаяся сфера» или« гало »- излучение во всех направлениях. Как было показано выше, Фуллер находит основу для таких процессов в многограннике, состоящем из 8 треугольников и 6 квадратов: кубооктаэдре. В его представлении с использованием плотной упаковки сфер фигурируют не «шесть вокруг одного», а «двенадцать вокруг одного». [3] Его оболочка состоит из 12 шариков. Вырастая симметрично с дополнительными слоями, 42, 92, 162, 362 (или более) сферы могут быть упакованы. Кубооктаэдр можно рассматривать как форму упаковки сферы: он образует оболочку из 12 шаров с ядром. Имея другую форму по сравнению с кубооктаэдром, можно сказать, что икосаэдр состоит просто из оболочки, тогда как кубооктаэдр имеет свое ядро, как отмечено выше и как можно видеть на рис. 5.

---

1 Фуллер, 1975a, подпись к рисунку 420.02 (курсив).

2 Фуллер, 1938, 134.

3 Фуллер, 1975a, 116–120, раздел 413,00.

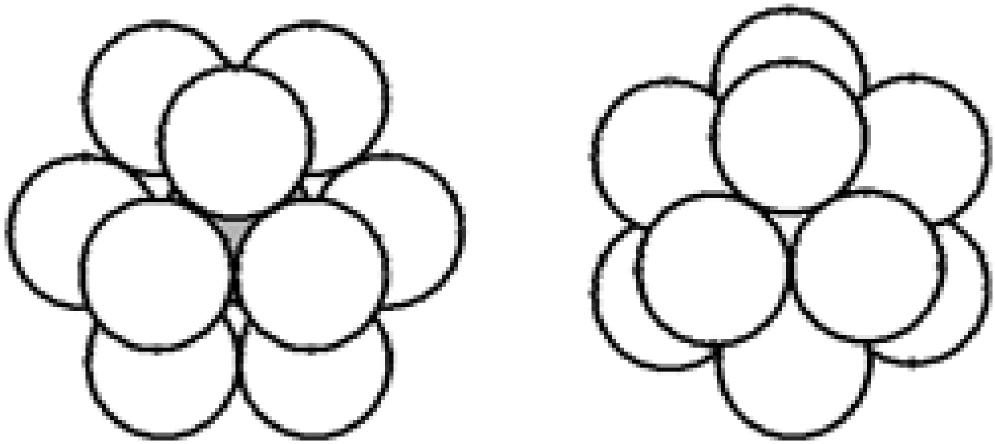

Рис. 5: Слева - упаковка из 12 белых шаров, где центр каждого (белого) шара находится на вершине кубооктаэдра; обратите внимание на существование серого ядра. Справа - упаковка из 12 шариков, где центр каждого шарика находится на вершине икосаэдра; в этом случае нет места для ядра того же размера. Обратите внимание, что плотность икосаэдрической упаковки составляет прибл. 0,6882, что ниже плотности упаковки FCC.

Поскольку полое пространство в центре икосаэдра имеет меньшие размеры по сравнению с шаром в ядре кубооктаэдра, радиусы расслоения шаров икосаэдр несколько короче краев. Следовательно, икосаэдр не может обеспечить основу - матрицу, по терминологии Фуллера, - для симметричных процессов роста. Это всегда остается тем же самым прекрасным пространственным разделением, через все его модификации: будь то капсид, раковина или геодезический купол. И наоборот, кубооктаэдр предоставляет матрицу для процессов роста - то, что Фуллер называет «изотропной векторной матрицей», - но не подходит в качестве строительной конструкции. Шесть квадратных граней кубоктаэдра не имеют стабилизирующих диагоналей. Фуллер неоднократно демонстрировал этот эффект, например, в своей работе «Ожерелье»[4]. Квадрат, по мнению Фуллера, не является структурой; это самое большее временное открытие. Только треугольник является структурой, так как он самостабилизируется. Эта функция появляется только тогда, когда кубооктаэдр строится как модель и соединяет стержни с помощью гибких соединений.

Эти и многие другие аспекты обнаруживаются в геометрической трансформации Фуллера с названием Джиттербаг по имени популярного танца 1940 года. Хотя есть разные способы танцевать джиттербаг [5], мы ограничимся одним, самым простым, который выполняется с моделью.

---

4 Фуллер, 1975a, 317–319, разделы 608,00 - 609,01.

5 См «Пять способов танцевать джиттербаг» в Krausse / Lichtenstein 2001, 24–33.

Модель состоит из 24 отдельных стержней, которые могут двигаться при подключении к гибким узлам. Таким образом, различные конфигурации могут быть изготовлены путем складывания. Он начинается с самой расширенной конфигурации: кубооктаэдр. Хотя кубооктаэдр также имеет квадратные грани, мы сосредоточимся на поведении треугольников во время преобразований (см. Рис. 6 и 7).

Его 14 граней хорошо видны, и при прикосновении видно, что кубооктаэдр не является жестким. Когда к верхнему треугольнику модели применяется небольшое давление, результатом является вращение остальных треугольников влево или вправо. Это рисует 6 квадратов в диагональном направлении, превращая их в ромбы. В этот момент квадраты сгибаются, образуя невидимый «тихий» край, в то время как вставленный стержень мог бы предотвратить эту деформацию. Когда стержни вставлены в середину складчатых квадратов, получается икосаэдр: каждый сложенный ромб поставляет 2 треугольника. В общей сложности 12 новых треугольников плюс исходные 8 в сумме составляют 20 треугольников икосаэдра. При отсутствии вмешательства для остановки процесса складывания он продолжается: смежные края исходных квадратов кубооктаэдра объединяются попарно. В результате получается октаэдр, 8 треугольников которого сформированы с двойными концами. Следующие два этапа преобразования Джиттербаг являются более сложными, поскольку они требуют дальнейшего расширения и складывания. Достаточно сказать, что эта процедура создает тетраэдр с четырьмя ребрами и завершается в плоском треугольнике с восемью ребрами. На протяжении всего процесса трансформации многогранники возникают в процессе фазовых переходов.

Преобразование джиттербага демонстрирует обратимость в жесткой и устойчивой структуре; он демонстрирует метаморфоз из одного «твердого тела» в другое в одном непрерывном процессе сокращения и расширения до пределов структуры. Эта метаморфоза не только предлагает другой взгляд на геометрию, он также предлагает другой взгляд на мысль: многообразное в формах, преобразование джиттербаг также многообразно в моделях движения. Фуллер демонстрирует, что постоянные сочленения движений имеют отношение к эпистемологии:

«Вполне возможно, что научную истину можно развить из того факта, что движение, особенно ритмичное движение, является весьма провокационным для объективации мысли. Безусловно, путешествия дают перспективу, широкие обзор и ускоренный прогресс в прояснении тенденций опыта ». [6]

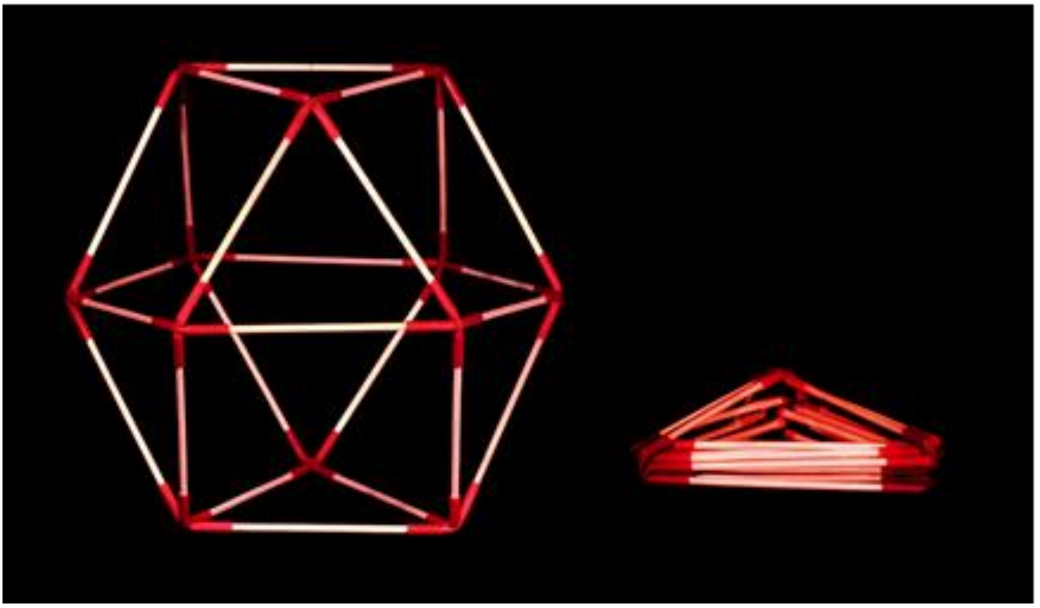

Рис. 6: Начальное и конечное положение кубоктаэдра и треугольника преобразования Джиттербаг.

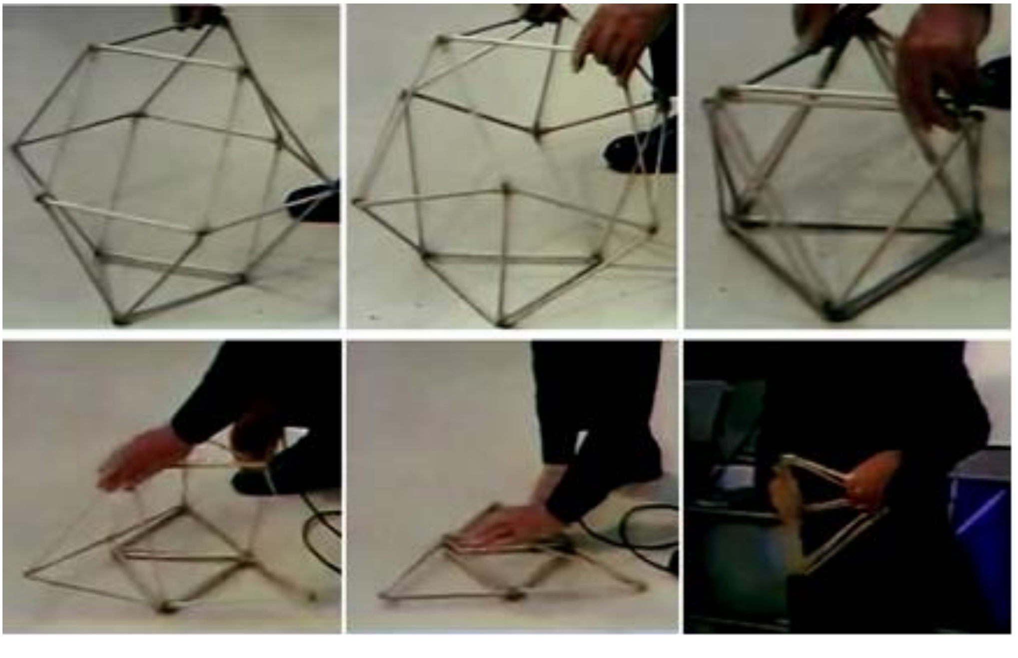

Рис. 7: Фотографии, взятые из лекции Р. Бакминстера Фуллера 1975 года «Векторное равновесие», где представлены несколько этапов преобразования джиттербага.

4. Складывание: провокация мысли

Мобильные структуры, как и в случае с преобразованием джиттербаг, лежат в основе идеи Фуллера. Противодействуя уходу геометрии из материальности и отказу архитектуры от мобильности, Фуллер предлагает возродить обе концепции обратно в геометрию. Действительно, частичное перекрытие и неодновременность отражаются в аксиоматизированной механизированной концепции геометрии - так как все линии и аксиомы появляются одновременно - в то время как математизация складки игнорирует ее существенность как руководящий принцип. Вслед за Семпером и приняв в качестве подсказки немецкое слово Überlegung, сворачивание предполагает переплетение мыслей и созерцаний вместе с материализованной геометрией и частично перекрывающимися событиями. Это позволяет Фуллеру связать свою концепцию геометрии как материальной математической науки - точка - это место, где проходят две линии, но не одновременно, - и сценарий как форма мышления. Складывание, плетение и переплетение порождают эту форму мышления. Как указал Семпер, это гибкие, мобильные, складные внутренние перегородки, которые позволяют стене быть чистым структурным элементом, а не наоборот. Фуллер берет эту точку зрения и преследует ее в макроскопическом мире (семенные коробочки и танцы людей), а также в микроскопическом мире (вдохновляя открытие структуры вирусных капсидов через свои геодезические купола). Это действительно та же линия мысли, которая очевидна в работе Фуллера: геометрия, сущность которой иллюстрируется в складывании и разворачивании платоновых тел, когда они метаморфизируются посредством преобразования Джиттербаг, не является жесткой структурой, в которой отсутствует движение или внимание к материальности, скорее это вселенная материального, гибкого, неодновременного, частичного перекрытия.

6 Фуллер, 1938, 139.

Bibliography

Aristotle (1928 –1952): ***Complete Works***, vol. 1–12. Ed. and trans. by Ross, William David,
Oxford: Oxford University Press.
Blumenthal, Otto (1935): ***Lebensgeschichte***. In: Hilbert, David: Gesammelte Abhandlungen,
Bd. 3: Analysis, Grundlagen der Mathematik, Physik, Verschiedenes, nebst einer Lebensges-chichte. Berlin: Springer, pp. 388 – 429.

Braungart, Michael/McDonough, William (2009): ***Cradle to cradle. Remaking the way we make things***. London: Vintage Books.

Cajori, Florian (1929): ***Generalisations in Geometry as Seen in the History of Developable Surfaces***. In: The American Mathematical Monthly, vol. 36, no. 8, pp. 431–437.

Cantor, Georg (1878): ***Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre***. In: Journal für reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal), vol. 84, pp. 242 – 258.

Coxeter, Harold Scott MacDonald (1971): ***Virus Macromolecules and Geodesic Domes***. In:Butler, John Charles (ed.): A Spectrum of Mathematics. Wellington: Auckland University Press, pp. 98 –107.

Coxeter, Harold Scott MacDonald (1974): ***Polyhedral Numbers***. In: Cohen, Robert S./ Stachel, John J./ Wartofsky, Marx W. (eds.): For Dirk Struik, Scientific, Historical and Political Essays in Honor of Dirk J. Struik (Boston Studies in the Philosophy of Science, vol. 15). Reidel: Dorrech, pp. 25 –35.

Clinton, Joseph D. (1971): ***Advanced Structural Geometry Studies. Part 2: A Geometric Transformation Concept for Expanding Rigid Structures***. Southern Ill. University, NASA
Report CR-1735, Washington D.C..

Conway, John/Sloane, Neil J. A. (2013): ***Sphere Packings, Lattices and Groups*** (Grundleh-ren der mathematischen Wissenschaften, 290). New-York: Springer.

Corry, Leo (1997): ***David Hilbert and the Axiomatization of Physics (1894 – 1905)***. In: Archive for History of Exact Sciences, vol. 51, pp. 81– 97.

Corry, Leo (2004): ***Modern Algebra and the Rise of Mathematical Strucutres***. 2nd ed. Basel: Birkhäuser.De Risi, Vincenzo (ed.) (2015): ***Mathematizing Space: The Objects of Geometry from Antiquity to the Early Modern Age***. Basel: Birkhäuser.

Edmondson, Amy C. (1987): ***A Fuller Explanation: The Synergetic Geometry of R. Buckminster Fuller***. Boston: Birkhäuser.

Euler, Leonhard (1772): ***De solidis quorum superficiem in planum explicare licet*** . In: Novi commentarii academiae scientiarvm imperiatis Petropolitanae, vol. XVI, pp. 3 –34.

Fearnley, Chris J. (2009): ***Foldable Great Circle Geometries***. In: Hyperseeing, vol. 2, pp. 63 – 64.

Feferman, Solomon/Feferman Burdman, Anita (2004): ***Alfred Tarski: Life and Work***. Cambridge: Cambridge University Press.

Friedman, Michael (2016): ***Two beginnings of geometry and folding: Hermann Wiener and Sundara Row***. In: BSHM Bulletin: Journal of the British Society for the History of Mathematics. DOI: 10.1080/17498430.2015.1045700 (in print).

Fuller, R. Buckminster (1938): ***Nine Chains to the Moon***. Philadelphia: Lippincott.

Fuller, R. Buckminster (1963): ***The R.I.B.A. Discourse: Experimental probing of architectural initiative***. In: id.: Ideas and Integrities. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, pp. 35 – 66.

Fuller, R. Buckminster (1965): ***Conceptuality of Fundamental Structures***. In: Gyorgy Kepes (ed.): Structure in Art and in Science. New York: George Braziller, pp. 66 – 80.

Fuller, R. Buckminster (1969): ***Utopia or oblivion: the prospects for humanity***. New York:
The Overlook Press.

Fuller, R. Buckminster (1975a): ***Synergetics: Explorations in the Geometry of Thinking***. (In collaboration with E. J. Applewhite). New York: Macmillan.

Fuller, R. Buckminster (1975b): ***The Vector Equilibrium***, lecture given as part of the lecture
series *Everything I Know*. Bell Labs studios, Philadelphia. Online: *https://www.youtube.com/watch?v=9sM44p385Ws* (last access: 24 January 2016).Gray, Jeremy (2006): ***Worlds out of Nothing: a course on the history of geometry in the 19th century***. New York: Springer.

Grimm, Jacob und Wilhelm (1936): ***Deutsches Wörterbuch***, vol. 11, Leipzig: Hirzel.

Hasse, Helmut (1932): ***Zu Hilberts algebraisch-zahlentheoretischen Arbeiten***. In: Hilbert,
David: Gesammelte Abhandlungen, Bd. 1: Zahlentheorie. Berlin: Springer, pp. 528 – 535.

Heath, Thomas Little (ed. and tr.) (1908a): ***The thirteen books of Euclid's Elements: Vol. I,
introduction and books I–II***. Cambridge: Cambridge University Press.

Heath, Thomas Little (ed. and tr.) (1908b): ***The thirteen books of Euclid's Elements: Vol. III, Books X– XIII***. Cambridge: Cambridge University Press.

Heath, Thomas (1921): ***A History of Greek Mathematics, vol. 1***. Oxford: Clarendon Press.

Hilbert, David (1899): ***Grundlagen der Geometrie*.** Leipzig: Teubner.

Kempe, Alfred Bay (1877): ***How to draw a straight line: a lecture on linkages***. London: Macmillan and Co.

Kepler, Johannes (1966): ***The six-cornered snowflake: a new year’s gift***. Ed. and trans. by
Hardie, Colin. Oxford: Clarendon Press (Latin original: Kepler, Johannes [1611]: *Strena, seu*
De nive sexangula. Frankfurt-am-Main: Godfrey Tampach).

Klein, Felix (1872): Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen. Erlangen: A. Duchert.

Klein, Felix (1893): ***Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen***. In: Mathematische Annalen, vol. 43, pp. 63 –100 (Revised version of Klein 1872

Klein, Felix (1897): ***Famous problems of elementary geometry***. Tr. by Beman, Wooster W./

Smith, David E.. Boston et al.: Ginn and Co.

Klug, Aaron (1992): ***From Macromolecules to Biological Assemblies***. In: Malmström, Bo

G. (ed.): Nobel Lectures, Chemistry 1981–1990. Singapore: World Scientific Publishing Co., pp. 77 –109.

Klug, Aaron (1995): ***The Return of the Renaissance Man. Hugh Aldersey- Williams Talks to Aaron Klug, the Next President of the Royal Society***. In: The Guardian, 30 November, pp. 10.

Krausse, Joachim (2002a): ***Buckminster Fullers Modellierung der Natur***. In: Arch+, vol. 159/160, pp. 40 – 49.

Krausse, Joachim (2002b): ***Environment Controlling – für eine Welt der Vielen. Buck-***

minster Fullers Wirkung in Großbritannien. In: Anna, Susanne (ed.): Norman Foster:

Architecture is about people. Köln: Museum für Angewandte Kunst, pp. 89 –112.

Krausse, Joachim (2016): ***Im Laboratorium von Synergetics. Buckminster Fullers Lehre***

vom Zusammenwirken more geometrico. In: Petzer, Tatjana/Steiner, Stephan (eds.): Syner-

gie. Kultur- und Wissensgeschichte einer Denkfigur. Paderborn: Wilhelm Fink, pp. 167 – 226.

Krausse, Joachim/Lichtenstein, Claude (eds.) (1999): ***Your Private Sky: R. Buckminster***

Fuller. The Art of Design Science. Zürich: Lars Müller.

Krausse, Joachim/Lichtenstein, Claude (eds.) (2001): ***Your Private Sky: R. Buckminster***

Fuller. Discourse. Zürich: Lars Müller.

Kroto, Harold W. (1996): ***Die Entdeckung der Fullerene***. In: Krätschmer, Wolfgang/Schus-

ter, Heike (eds.): von Fuller bis zu Fullerenen. Beispiele einer interdisziplinären Forschung.

Braunschweig/Wiesbaden: Friedr. Viehweg & Sohn Verlagsgesellschaft, pp. 53 – 80.

Lawrence, Snežana (2011): ***Developable surfaces: Their history and application***. In: Nexus Network Journal, vol. 13, no. 3, pp. 701–714.

Mancosu, Paolo (1998): ***From Brouwer To Hilbert. The Debate on the Foundations of***

Mathematics in the 1920s. Oxford: Oxford University Press.

Marks, Robert W. (1960): ***The Dymaxion World of Buckminster Fuller***. New York:

Reinhold.

Mehrtens, Herbert (2004): ***Mathematical Models***. In: de Chadarevian, Soraya/Hopwood,

Nick (eds.): Models: the third dimension of space. Stanford: Stanford University Press, pp. 276 –306.

Morgan, Gregory J. (2003): ***Historical review: viruses, crystals and geodesic domes***. In:

TRENDS in Biochemical Sciences, vol. 28, no. 2, pp. 86 – 90.

Monge, Gaspard (1785): ***Mémoire sur les développées, les rayons de courbure, et les diffé-rents genres d’inflexions des courbes à double courbure***. In: Mémoires de divers sçavans, vol. 10, pp. 511– 50 (written in 1771).

Monge, Gaspard (1809): ***Application de l'analyse à la géométrie, à l'usage de l'Ecole impériale polytechnique***. Paris: Bernard.

Monge, Gaspard (1811): ***Géographie descriptive***. Paris: Klostermann.

Otto, Frei (1985): ***Biologie und Bauen***. In: id.: Naturliche Konstruktionen: Formen Und Konstruktionen in Natur Und Technik Und Prozesse Ihrer Entstehung, 2nd ed. Stuttgart: Deutsche Verlags-Anstalt.

Pasch, Moritz (1882): ***Vorlesungen über neuere Geometrie***. Leipzig: B. G. Teubner.

Pieri, Mario (1898): ***I principii della geometria di posizione composti in sistema logicao deduttivo***. In: Memorie della R. Accademia delle Scienze de Torino, vol. 48, pp. 1– 62.

Pressley, Andrew (2001): ***Elementary Differential Geometry***. Heidelberg: Springer.

Proclus (1992): ***A Commentary on the First Book of Euclid's Elements***. Ed. and trans. by Morrow, Glenn Raymond. Princeton: Princeton University Press.

Reich, Karin (2007): ***Euler's Contribution to Differential Geometry and its Reception***. In: Bradley, Robert E./Sandifer, Ed (eds.): Leonhard Euler: Life, Work and Legacy. Studies in the history and philosophy of mathematics. Amsterdam/Boston: Elsevier, pp. 479 – 502.

Roberts, Siobhan (2006): ***King of infinite Space***. New York: Walker & Company.

Rosenfeld, Boris A. (1988): ***A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space***. Trans. by Shenitzer, Abe. New York: Springer.

Rotman, Joseph (1999): ***An Introduction to the Theory of Groups*** (Graduate Texts in Mathematics, 148). New York: Springer.

Row, Sundara Tandalam (1893): ***Geometrical exercises in paper folding***. Madras: Addison Co.

Row, Sundara Tandalam (1906): ***Elementary solid geometry***. Trichinopoly: Saint Joseph College's Press.

Rowe, David (2013): ***Mathematical models as artefacts for research: Felix Klein and the case of Kummer surfaces***. In: Mathematische Semesterberichte, vol. 60, no. 1, pp. 1– 24.

Riemann, Bernhard (1868): ***Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen***.

In: Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, vol. 13, pp. 133 –150.

Sattelmacher, Anja (2013): ***Geordnete Verhältnisse. Mathematische Anschauungsmodelle im frühen 20. Jahrhundert***. In: Berichte zur Wissenschaftsgeschichte, vol. 36, no. 4, pp. 294 –312.

Semper, Gottfried (1983): ***London Lecture of November 11th, 1853: Outline for a system of comparative Style-Theory***. Ed. by Mallgrave, Harry Francis. In: RES: Journal of Anthro-pology and Aesthetics, no. 6, pp. 8 – 22.

Semper, Gottfried (1986): ***London Lecture of November 18th, 1853: "The Development of the Wall and Wall Construction in Antiquity"***. Ed. by Mallgrave, Harry Francis. In: RES: Anthropology and Aesthetics, no. 11, pp. 33 – 42.
Semper, Gottfried (2004): ***Style in the Technical and Tectonic Arts; or, Practical Aesthetics***. Trans. by Mallgrave, Harry Francis. Santa Monica: Getty Research Institute.

Tarski, Alfred (1967): ***The completeness of elementary algebra and geometry***. Paris, Centre

National De La Recherche Scientifique, Institut Blaise Pascal. Reprinted in: Givant, Steven R./McKenzie, Ralph N.

(eds.): Alfred Tarski: Collected Papers, Volume 4. Basel: Birkhäuser 1986, pp. 291–346.

Tarski, Alfred/Givant, Steven (1999): ***Tarski's system of geometry***. In: The Bulletin of Symbolic Logic, vol. 5, no. 2, pp. 175 – 214.

Ubell, Earl (1962): ***Virus – a Triumph and a Photograph***. In: New York Herald Tribune, 6 February.

Wiener, Hermann (1892): ***Über Grundlagen und Aufbau der Geometrie***. In: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, vol. 1, pp. 45 – 48.

Wussing, Hans (1984): ***The Genesis of the Abstract Group Concept: A Contribution to the History of the Origin of Abstract Group Theory***. New York: Dover.

Young, Grace Chisholm/Young, William Henry (1905): ***Beginner's Book of Geometry***. New York: Chelsea publishing company.

Credits of Images

Fig. 1, 2, 6: © Estate of R. Buckminster Fuller 1997.

Fig. 3: Kepler 1611, 14.

Fig. 4: (a) Fuller 1975, Figure 413.01(A); (b) Graphic: Michael Friedman, Berlin | *Bild Wissen Gestaltung* 2015.

Fig. 5: © Graphic: Michael Friedman, Berlin | *Bild Wissen Gestaltung* 2015.

Fig. 7: Screenshots: Fuller 1975b.

Михаэль Фридман

Электронная почта: michael.friedman@hu-berlin.de

Image Knowledge Gestaltung. Междисциплинарная лаборатория.

Кластер передового опыта Гумбольдта-Университета в Берлине.

Sophienstrasse 22a, 10178 Berlin, Germany.

Иоахим Краузе

Электронная почта: j.krausse@design.hs-anhalt.de

Hochschule Anhalt, Fachbereich Design,

06818 Дессау-Рослау, Германия.

Это авторская версия работы. Окончательная версия была опубликована как “Folding and Geometry: Buckminster Fuller’s Provocation of Thinking” in: Friedman, Michael/Schäffner, Wolfgang (eds.): On Folding. Towards a New Field. На пути к новой области междисциплинарных исследований в 2016 году по тексту Verlag. Текст размещен здесь с разрешения стенограммы Verlag только для личного использования, а не для распространения.