

# СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

УДК 624.74.24

DOI: 10.31675/1607-1859-2018-20-6-98-106

*В.И. ТРАВУШ<sup>1</sup>, В.Д. АНТОШКИН<sup>2</sup>, А.Ю. СВЯТКИНА<sup>2</sup>,*

*<sup>1</sup>Российская академия архитектуры и строительных наук,*

*<sup>2</sup>Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева*

## ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ КУПОЛА ИЗ ПАРНЫХ АРОК ОДНОГО РАДИУСА

Исследован один из методов образования геометрических сетей из арок одного радиуса с использованием правильных сферических многогранников. Приведено решение одного варианта задачи размещения сети на сферическом икосаэдре и соответственно на сфере. Размещение на сфере арок одного радиуса, отличное от размещения из меридиан, имеет эффективное решение в виде сети с минимальными размерами арочных сегментов и с узлами из двух пересекающихся арок, образованных на основе окружностей одинаковых радиусов, формирующихся на основе правильных сферических многогранников. Задача решена построением каркаса из арок одного радиуса на основе парных окружностей с двумя типоразмерами арочных дуг. Приведено несколько вариантов конструкций с заданной формой потери общей устойчивости куполов из парных арок одного радиуса.

**Ключевые слова:** сборная сферическая оболочка; арка; геометрическая сеть; описанная окружность; правильный сферический многогранник; разрезка; купол; покрытие; оптимизация; конструкция; технология.

**Для цитирования:** Травуш В.И., Антошкин В.Д., Святкина А.Ю. Геодезические купола из парных арок одного радиуса // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2018. Т. 20. № 6. С. 98–106.

*V.I. TRAVUSH<sup>1</sup>, V.D. ANTOSHKIN<sup>2</sup>, A.Y. SVYATKINA<sup>2</sup>,*

*<sup>1</sup>The Russian Academy of Architecture and Construction Sciences,*

*<sup>2</sup>Ogarev Mordovia State University*

## TWIN GEODESIC DOMES WITH ONE RADIUS

The paper proposes a method of forming geometric networks of one arch radius using regular spherical polyhedrons. A variant of network placing on a spherical icosahedron and, accordingly, on a sphere is proposed. The placement on the sphere of arches of one radius differs from the placement of meridians and is an effective solution for network with a smallest size of arch segments, with nodes of two intersecting arches formed on circles of the same radius and on regular spherical polyhedrons. The problem is solved by constructing an arches of the

same radius using paired circles with two standard arch sizes. Several variants of the twin geodesic domes with the given stability loss are suggested.

**Keywords:** precast spherical shell; arch; geometric network; described circle; regular spherical polyhedron; cutting; dome; coating; optimization; construction; technology.

**For citation:** Travush V.I., Antoshkin V.D., Svyatkina A.Y. Geodezicheskie kupola iz parnykh arok odnogo radiusa [Twin geodesic domes with one radius]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2018. V. 20. No. 6. Pp. 98–106.

Проблемой большинства известных решений геодезических и сетчатых куполов является большое число разнотипных узлов соединения элементов оболочек, острые углы соединений, разнотипность и сложность выполнения опорных узлов, обусловленные тем, что эти опорные узлы находятся на разных уровнях, а также сложность и трудоемкость выполнения ограждающих конструкций и кровельного покрытия.

Для повышения надежности каркаса купольного покрытия, упрощения изготовления узлов каркаса, а также изготовления ограждающих конструкций и кровли необходимо решение задач, связанных с уменьшением числа соединяемых монтажных элементов, снижением материалоемкости узловых соединений и формированием за счет оптимизации геометрии разрезки сферы (исключения острых углов) и расположения опор на одном уровне сферы.

В результате проведенных исследований предлагаются геодезические купола со специфическим покрытием, которое выполнено путем разбиения граней большими окружностями по серединам ребер и центрам граней правильного сферического многогранника, например икосаэдра и т. п. [1–9]. Для этого последовательно выполняется несколько «разрезов» каркаса сферической оболочки. Первая «разрезка» каркаса оболочки получается путем разбиения на сферические элементы и фигуры, например арочные дуги, многоугольники, треугольники и т. п., спаренными окружностями одинакового радиуса, параллельными указанным большим окружностям, проходящим через середины смежных ребер. Вторая «разрезка» каркаса образована спаренными окружностями одинакового радиуса, параллельными указанным большим окружностям, проходящим через середины ребер, через одно ребро. Третья «разрезка» образована спаренными окружностями, параллельными большим окружностям, проходящим через вершины граней соответствующего правильного сферического многогранника.

Таким образом, в геодезическом куполе на основе правильного сферического многогранника (икосаэдра) имеется возможность формирования каркаса в виде сети с минимальными размерами арочных сегментов и с узлами из пересекающихся парных арок разных направлений [10–16]. Каркас создается на основе правильных сферических многогранников с сохранением минимального числа типоразмеров и обеспечивает эффективное расположение опорных узлов значительно ниже или выше экватора и на одном, вполне определенном уровне (рис. 1). Именно такие формы куполов, вспарушенных и пологих, наиболее востребованы современной архитектурой.

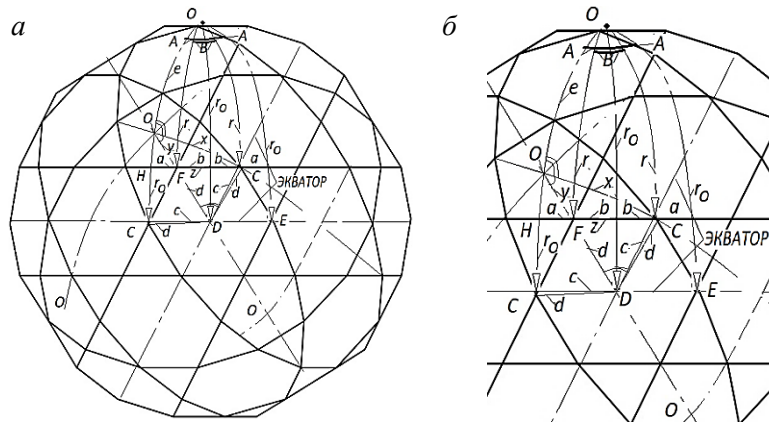


Рис. 1. Схема геометрической сети из окружностей одного радиуса на основе правильного сферического двадцатигранника:

$a$  – общий вид схемы;  $b$  – фрагмент схемы разрезки;  $O$  – полюс на вершине соседней грани икосаэдра на сфере и вершины граней;  $r$  – радиус окружностей парных арок;  $r_0$  – радиус экватора

Независимых вариантов расположения парных окружностей (и, соответственно, арок каркаса) может быть не менее трёх (по числу независимых осей симметрии правильных многогранников). В исследуемом правильном сферическом многограннике на основе икосаэдра вершины граней обозначены как  $O$ , а радиус параллельных экватору окружностей как  $r$ . Если анализировать возможность формирования первого, наиболее очевидного варианта геометрической сети на сфере, приходим к выводу, что полюсами для построения следует выбрать вершины граней  $O$  правильного сферического двадцатигранника (икосаэдра) и решить задачу для геометрической сети (рис. 1).

Покажем фрагмент схемы построения окружностей на рис. 1,  $b$ , где дуги  $r$  отсекают на ребрах и биссектрисах граней дуги  $x$  и дуги  $y$ , которые и определяют положение основных фигур этой сети. На окружностях одного радиуса отсекается дуга  $z$ , стягивающая дуги  $x$  и дуги  $y$ . Радиус экватора показан для наглядности и обозначен как  $r_0$ .

Приведем известные параметры сферической грани  $OOO$  правильного двадцатигранника, вписанного в сферу, как сферического треугольника. По условию задачи, когда парные окружности состоят из повторяющихся дуг длиной  $2a$  и  $2b$ , оказывается, что внутренний угол в зените рассматриваемого треугольника  $O_b = 36^\circ$  (рис. 1,  $b$ ), а общая дуга  $z$  стягивает дуги треугольников в виде полярных углов. Дуга, представляющая собой половину ребра сферического икосаэдра:  $d + y = 0,5e = 31,71748^\circ$ . Полярные углы, разделяющие экватор на равные отрезки, дают  $2c = 36^\circ$ . Также для упрощения задачи внутренние углы  $FDO = ODC$  обозначим как  $D_b$ . Они делят параллельные экватору окружности на равные дуги  $b$ . Угол  $DCO$  обозначим как  $C_{yd}$ . Внутренние углы в зените будут  $A = 18^\circ - B$ .

Учитывая данные упрощения, найдём неизвестные параметры треугольников, образованных большими окружностями осей граней правильно-

го двадцатигранника непосредственно из формул сферической тригонометрии [17, 18]:

$$\sin D_b = \frac{\sin 18^\circ \sin e}{\sin(d+y)}. \quad (1)$$

Подставляя значения, получим

$$\begin{aligned} D_b &= 31,71747^\circ, \\ \cos C_{yd} &= -\cos 2 D_b \cos 36^\circ + \sin 2 D_b \sin 36^\circ \cos(d+y). \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} C_{yd} &= 85,10039675^\circ, \\ \sin x &= \frac{\sin(d+y)}{\sin C_{yd}} \sin 2 D_b, \end{aligned} \quad (3)$$

тогда  $x = 28,1611377^\circ$ .

Определяем радиус парных окружностей, принимая  $O_r = 108^\circ$ :

$$\begin{aligned} \cos r &= \cos e \cos x + \sin e \sin x \cos 108^\circ, \\ r &= 74,70259296^\circ. \end{aligned} \quad (4)$$

Для построения разрезки нам необходимы дуги параллельных окружностей на сфере, которые определяются внутренними углами  $A$  и  $B$ :

$$\sin(A+2B) = \frac{\sin 108^\circ}{\sin r} \sin x, \quad (5)$$

тогда  $A = 36^\circ - A + 2B = 8,26769323^\circ$ .

По методике, аналогичной полученной разрезке окружности  $20(a+b)$ , могут быть найдены параметры другой разрезки  $10(a+3b)$ , также состоящей из дуг 2 типоразмеров.

Элементы образованных парных арок каждого направления одного из каркасов, разрезанные через один узел, могут быть соединены в узлах с арками другого направления разъемными соединениями, например на болтах, либо жестко, на сварке и на клее через один узел. Таким образом, в узле соединяется не более четырех элементов, причем элементы одного направления могут быть неразрезанными в узле.

Сферический купол (рис. 2) может быть выполнен из деревянных косяков в виде частей арок одинакового радиуса и с переломами по длине и в узлах пересечений с образованием прямолинейных участков, части соединены по длине каждой ломаной арки на прямолинейных участках и узлах с помощью шипов (узел системы Песельника) либо с помощью болтов (узел системы Цоллингера), обеспечивающих угол соединения до  $70^\circ$ .

Для обеспечения жесткости вспарушенного купола по линии экватора для восприятия распора и для заполнения многоугольников и треугольников в каркасах могут быть установлены стержни затяжек и распорок.

Геодезический купол такой эффективной разрезки может включать стержни одного из указанных каркасов, которые могут быть изготовлены из труб в виде частей арок одинакового радиуса и изогнуты в узлах пересечений с образованием прямолинейных участков (рис. 3). Части могут быть соединены по длине каждой ломаной арки на прямолинейных участках и узлах с помощью сварки и состыкованных цилиндрических вставок, обеспечивающих любой угол соединения (рис. 3, 4).

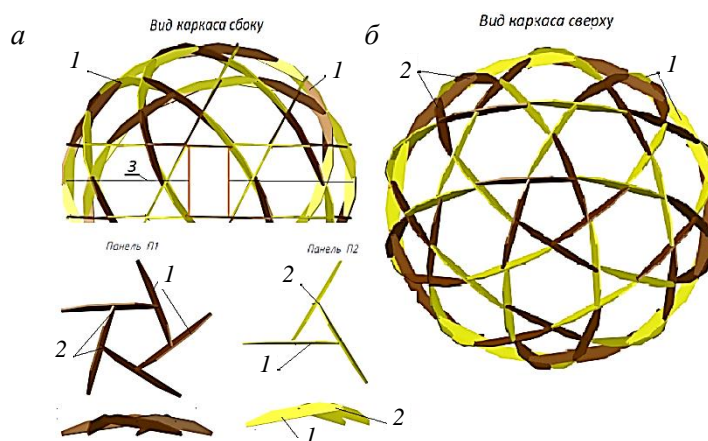


Рис. 2. Каркас сферического купола из деревянных кружал в виде каркасных пятиугольных и треугольных панелей:  
1 – деревянные кружала; 2 – узел Цоллингера; 3 – стальная затяжка по экватору купола

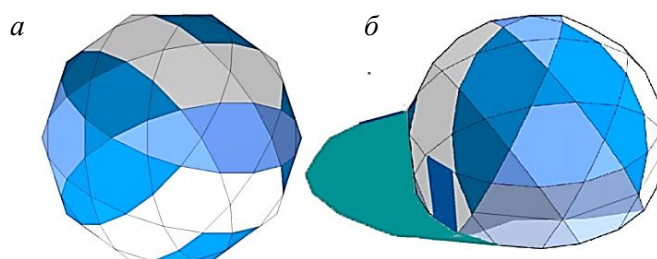


Рис. 3. Тентовый купол из парных ломаных арок:  
а – вид сверху; б – изометрия

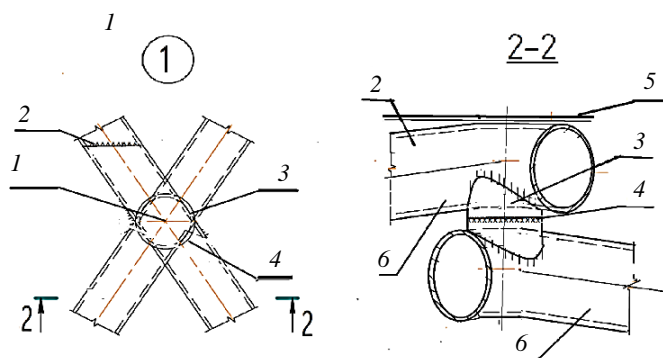


Рис. 4. Узел пересекающихся ломаных арок:  
1 – центр узла; 2 – стыки на прямолинейных участках арок; 3 – трубчатая вставка в узлах арок; 4 – монтажный стык арок в узлах арок; 5 – тентовое покрытие; 6 – прямолинейный участок арок

Такие части и узлы пересекающихся арок данной конструкции должны быть расположены поочередно снизу и сверху.

Для обеспечения жесткости такого вспарушенного купола по линии экватора для восприятия распора и для заполнения многоугольников и треугольников в каркасах также могут быть установлены стержни затяжек и распорок.

Сферический купол может быть усложнен и выполнен из четырёх параллельных арок уже двух радиусов одного из указанных каркасов на базе икосаэдра (рис. 5), которые могут быть изготовлены из труб в виде частей арок, состыкованных в узлах на сварке.

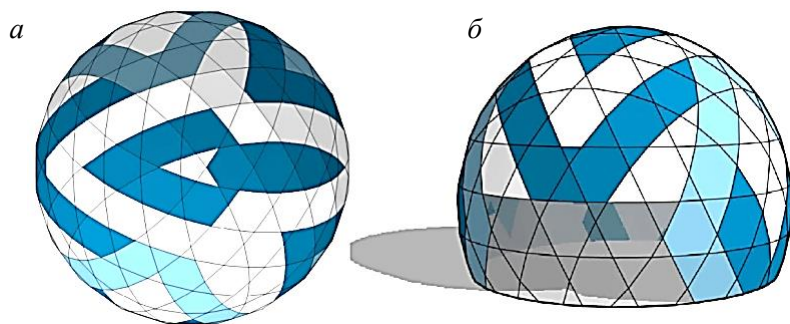


Рис. 5. Тентовый купол из арок двух радиусов:  
а – вид сверху; б – изометрия

На схеме рис. 6 приведено такое размещение окружностей одного радиуса, которое позволяет создать эффективную конструкцию купола из двух независимых систем каркасов в виде парных арок [11–16]. Элементы арок совмещённых каркасов расположены таким образом, что в узлах сходится не более четырех стержней, т. е. по две арки, при этом покрытие может быть выполнено из рулонного материала, например профилированных листов с учетом параллельности арок, либо из полотен тента, либо выполнено из полотен двойных оболочек с образованием пневмокаркасной конструкции.

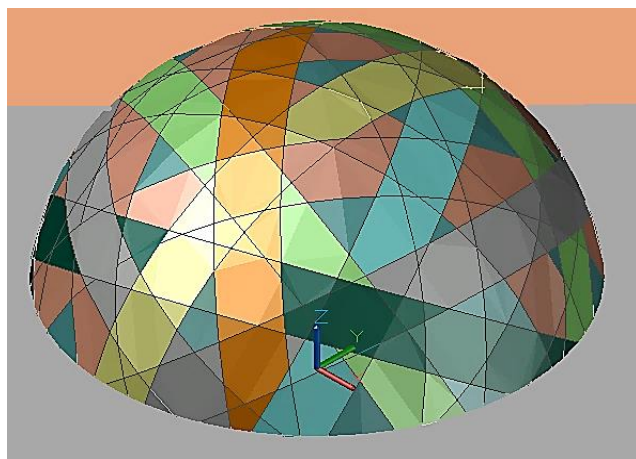


Рис. 6. Тентовый купол из парных арок одного радиуса совмещённых двух независимых каркасов

Хаотическое расположение арок на рис. 6 совмещенных двух каркасов содержит в действительности два регулярных простых каркаса из парных арок.

### Выводы

Предлагаемое решение разрезки является геометрической основой геодезического купола, образованной парными окружностями одного радиуса. Оно позволяет значительно упростить решения всех узлов каркаса оболочки, в том числе опорных узлов, т. к. основание выполнено с узлами на одном уровне, а также применить технологии укрупнительных сборок элементов купола.

Конструктивно-технологические решения подобных куполов обеспечивают определенность воспроизведения геометрии такой сложной формы, упрощают изготовление узлов каркаса предлагаемой оболочки, устройство её покрытия и кровли.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Антошкин В.Д. К задаче формирования треугольной сети на сфере с узлами на одном уровне // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2017. Т. 13. № 2. С. 154–160.
2. Антошкин В.Д. Эффективные конструктивно-технологические решения сборных сферических куполов // *Региональная архитектура и строительство*. 2015. № 3 (24). С. 112–121.
3. Антошкин В.Д., Гудожников С.С., Перфильева О.И., Ерофеева И.В. Перспективные конструктивно-технологические решения сборных сферических оболочек // *Актуальные вопросы архитектуры и строительства: материалы Тринадцатой Международной научно-технической конференции*: в 2 ч. 2014. С. 4–15.
4. Антошкин В.Д., Коновалов А.Г. Сборные сферические оболочки из шестиугольных панелей // *Огарёв-Online*. 2015. № 13 (54). С. 6.
5. Антошкин В.Д., Курбаков Г.В., Бочкин В.С. Способ монтажа криволинейной конструкции // *Stredoevropsky Vestnik pro Vedu a Vyzkum*. 2015. Т. 83. С. 1.
6. А.с. №1661316 (СССР). Стыковое соединение деревянных элементов / В.Д. Антошкин, В.Г. Курганский. Оpubл. 09.11.1988.
7. Ежов Е.Ф., Юркин Ю.В., Антошкин В.Д., Ежов В.Е. Построение линии влияния в трехшарнирных арках // *Современные технологии строительных материалов и конструкций: материалы Всероссийской научно-технической конференции, посвященной 150-летию со дня рождения академика В.Г. Шухова*. Саранск, 2003. С. 160–164.
8. Пат. 129534, Российская Федерация. Сборная сферическая оболочка / В.И. Травуш, В.Д. Антошкин, В.Т. Ерофеев. Оpubл. 27.07.2013.
9. Пат. 2520192, Российская Федерация. Сборная сферическая оболочка / В.И. Травуш, В.Д. Антошкин, В.Т. Ерофеев. Оpubл. 06. 27.2013.
10. Пат. 2564545, Российская Федерация. Сборная сферическая оболочка / В.И. Травуш, В.Д. Антошкин, И.В. Ерофеева, Д.В. Антошкин. Оpubл. 28.07.2014.
11. Травуш В.И., Антошкин В.Д., Ерофеев В.Т., Гудожников С.С. Современные конструктивно-технологические решения сферических оболочек // *Строительство и реконструкция*. 2012. № 6 (44). С. 45–55.
12. Травуш В.И., Антошкин В.Д., Ерофеев В.Т., Гудожников С.С. Конструктивно-технологические возможности сборных сферических оболочек // *Строительство и реконструкция*. 2013. № 6 (50). С. 36–48.
13. Travush V.I., Antoshkin V.D. The problem 7 forming train-gular geometric line field // *MATEC Web of Conferences*. 2016.86, 010. DOI: 10.1051/mateconf/20168601032
14. Travush V.I., Antoshkin V.D. The problem 4 of placement triangular geometric line field // *MATEC Web of Conferences*. 2016. 86, 010. DOI: 10.1051/mateconf/20168601031

15. Travush V.I., Antoshkin V.D. To the problem 5 of emplacement of triangular geometric net on the sphere // MATEC Web of Conferences. 2017. 106, 02003. DOI: 10.1051/mateconf/201710602012
16. Travush V.I., Antoshkin V.D. To the problem 6 of emplacement of triangular geometric net on the sphere // MATEC Web of Conferences. 2017. 106, 02012. DOI: 10.1051/mateconf/201710602012
17. Software Scilab 5.4.1 – The free platform for Numerical Computation 06.17.2014. URL: [www.softkumir.ru/index](http://www.softkumir.ru/index)
18. Granino A. Korn Mathematical handbook: For scientists and engineers, 1968.

## REFERENCES

1. Antoshkin V.D. The problem of emplacement of triangular geometric net on the sphere with nodes on the same level. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2017. V. 13. No. 2. Pp. 154–160.
2. Antoshkin V.D. Effektivnye konstruktivno-tekhnologicheskie resheniya sbornykh sfericheskikh kupolov [Effective constructively-technological solutions for prefabricated spherical domes]. *Regional'naya arkhitektura i stroitel'stvo*. 2015. No. 3 (24). Pp. 112–121. (rus)
3. Antoshkin V.D., Gudoshnikov S.S., Perfilieva O.I., Erofeeva I.V. Perspektivnye konstruktivno-tekhnologicheskie resheniya sbornykh sfericheskikh obolochek [Advanced technological solutions for prefabricated spherical shells]. Aktual'nye voprosy arkhitektury i Stroitel'stva: materialy Trinadtsatoi Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii: v 2 ch. (*Proc. 13<sup>th</sup> Int. Sci. Conf. 'Relevant Problems of Architecture and Construction'*). 2014. Pp. 4–15. (rus)
4. Antoshkin V.D., Konovalov A.G. Sbornye sfericheskie obolochki iz shestiyugol'nykh panelei [Prefabricated spherical shell of hexagonal panels]. *Ogarev-Online*. 2015. No. 13 (54). P. 6. (rus)
5. Antoshkin V.D., Kurbakov G.V., Bochkina V.S. Spособ montazha krivolineinoy konstruktssii [Method of installation of curved design tredeevropsky]. *Vestnik pro Vedu a Vyzkum*. 2015. V. 83. P. 1. (rus)
6. Antoshkin V.D., Kurganskii V.G. Stykovoie soedinenie derevyannykh elementov [Joint connection of wooden elements]. Author's Certificate. N 1661316. 1988. (rus)
7. Ezhov E.F., Yurkin Yu.V., Antoshkin D.V., Ezhov E.V. Postroenie linii vliyaniya v trekhsharnirnykh arkakh [Influence lines in three-link arches]. *Sovremennye tekhnologii stroitel'nykh materialov i konstruktssii: materialy Vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii, posvyashchennoi 150-letiyu so dnya rozhdeniya akademika V.G. Shukhova (Proc. All-Russ. Sci. Conf. 'Modern Technologies of Construction Materials')*. Saransk, 2003. Pp. 160–164. (rus)
8. Travush V.I., Antoshkin V.D., Yerofeev V.T. Sbornaya sfericheskaya obolochka [Assemblable spherical shell]. Patent Rus. Fed. N 129534. 2013. (rus)
9. Travush V.I., Antoshkin V.D., Yerofeev V.T. Sbornaya sfericheskaya obolochka [Assemblable spherical shell]. Patent Rus. Fed. N 2520192. 2013. (rus)
10. Travush V.I., Antoshkin V.D., Erofeeva I.V., Antoshkin D.V. Sbornaya sfericheskaya obolochka [Assemblable spherical shell]. Patent Rus. Fed. N 2564545. 2014. (rus)
11. Travush V.I., Antoshkin V.D., Yerofeev V.T., Gudoshnikov S.S. Sovremennye konstruktivno-tekhnologicheskie resheniya sfericheskikh obolochek [Modern constructive and technological solutions of spherical shells]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*. 2012. No. 6 (44). Pp. 45–55. (rus)
12. Travush V.I., Antoshkin V.D., Yerofeev V.T., Gudoshnikov S.S. Konstruktivno-tekhnologicheskie vozmozhnosti sbornykh sfericheskikh obolochek [Constructive-technological capabilities of assemblable spherical shells]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*. 2013. No. 6 (50). Pp. 36–48. (rus)
13. Travush V.I., Antoshkin V.D. The problem 7 forming triangular geometric line field. *MATEC Web of Conferences*. 2016 No. 86, P. 010. DOI: 10.1051/mateconf/20168601032
14. Travush V.I., Antoshkin V.D. The problem 4 of placement triangular geometric line field. *MATEC Web of Conferences*. 2016 No. 86, P. 010. DOI: 10.1051/mateconf/20168601031
15. Travush V.I., Antoshkin V.D. To the problem 5 of emplacement of triangular geometric net on the sphere. *MATEC Web of Conferences*. 2017. No. 106. P. 02003. DOI: 10.1051/mateconf/201710602012



16. *Travush V.I., Antoshkin V.D.* To the problem 6 of emplacement of triangular geometric net on the sphere. *MATEC Web of Conferences*. 2017. No. 106. P. 02012. DOI: 10.1051/mateconf/201710602012
17. *Software Scilab 5.4.1. The free platform for numerical computation*. Available: [www.softkumir.ru/index](http://www.softkumir.ru/index).
18. *Korn G.A.* Mathematical handbook for scientists and engineers, 1968.

#### Сведения об авторах

*Травуш Владимир Ильич*, докт. техн. наук, профессор, академик, вице-президент РААСН, Российская академия архитектуры и строительных наук, 107031, г. Москва, ул. Большая Дмитровка, 24, стр. 1, [travush@mail.ru](mailto:travush@mail.ru)

*Антошкин Василий Дмитриевич*, докт. техн. наук, доцент, Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева, 430005, г. Саранск, ул. Большевикская, 68, [antovd@mail.ru](mailto:antovd@mail.ru)

*Святкина Ангелина Юрьевна*, аспирант, Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева, 430005, г. Саранск, ул. Большевикская, 68, [asf.arch\\_i\\_dizain@mail.ru](mailto:asf.arch_i_dizain@mail.ru)

#### Authors Details

*Vladimir I. Travush*, DSc, Professor, Vice-President RAACS, The Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, 24, Bol'shaya Dmitrovka, 107031, Moscow, Russia, [travush@mail.ru](mailto:travush@mail.ru)

*Vasilii D. Antoshkin*, DSc, A/Professor, Head of Department of Building Structures and Motor Road, Ogarev Mordovia State University, 68, Bolshevistskaya Str., 430005, Saransk, Russia, [antovd@mail.ru](mailto:antovd@mail.ru)

*Angelina Y. Svyatkina*, Research Assistant, Ogarev Mordovia State University, 68, Bolshevistskaya Str., 430005, Saransk, Russia, [asf.arch\\_i\\_dizain@mail.ru](mailto:asf.arch_i_dizain@mail.ru)