

5 ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ИСПЫТАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ (КУПОЛА)

5.1 ПРОЕКТИРОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО КУПОЛА

Пространственные конструкции предназначены для покрытия общественных зданий (например спортивных, зрелищных, торговых, выставочных и т.д.). Они различаются по статической работе, геометрическим очертаниям срединной поверхности, форме перекрываемого плана здания или сооружения, конструктивным особенностям, материалам. Применение пространственных конструкций способствует значительной экономии материала и уменьшению массы (по сравнению с покрытиями из плоских конструкций). Кроме того, такие конструкции обладают архитектурной выразительностью.

К пространственным конструкциям относятся: оболочки, складки (пролет от 12 до 14 м), структурные плиты, вантовые покрытия, мембраны (пролет до 100 м). Обширную группу пространственных конструкций составляют своды и купола. Их геометрическая форма образована поверхностью вращения вокруг горизонтальной оси (цилиндрические своды и оболочки) и вокруг горизонтальной и вертикальной осей (сферические купола). По конструктивному исполнению своды и купола подразделяются на сплошные тонкостенные, образуемые слоями досок или фанеры, ребристые, опирающиеся на арки, и кружально-сетчатые, собираемые из стандартных косяков. Применение косяков и других сборных элементов позволяет в большей степени индустриализовать изготовление пространственных конструкций.

Особую группу составляют купола, образуемые пересечением в замке трехшарнирных арок и рам, опирающихся непосредственно на фундаменты и стены. Такие конструкции, пространственные по форме, рассчитывают как плоские. В последнее время предложены конструкции пространственных покрытий двойной кривизны с поверхностью параболоида, эллипсоида, гиперболоида, гиперболического параболоида. Создание таких конструкций стало возможным благодаря усовершенствованным способам склеивания древесины.

По конструктивным схемам купола подразделяются на купола-оболочки, ребристые, ребристо-кольцевые и сетчатые (рис. 5.1). Купола включают в себя систему ребер (каркас), опорные и кружальные кольца, элементы ограждения – настилы, обшивки или панели. Последние могут включаться в совместную работу с элементами каркаса

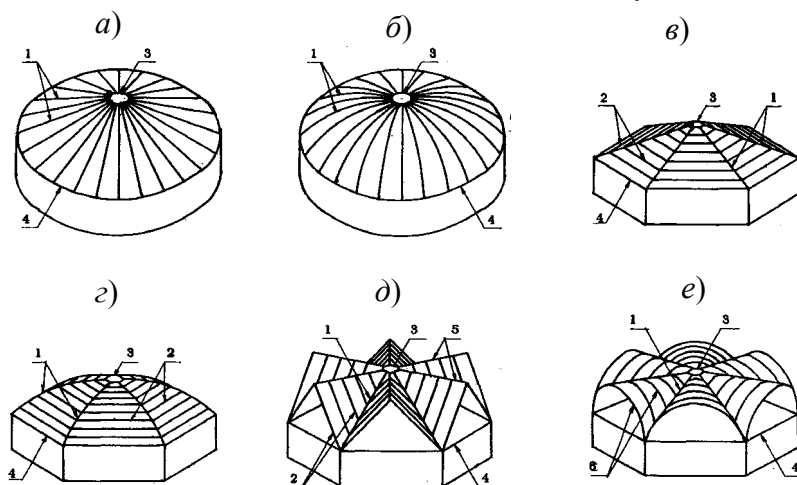


Рис. 5.1 Типы ребристых куполов:

- а – конический; б – сферический; в – пирамидальный; г – сомкнутый;
 д – шатровый; е – арочно-вспарушенный; 1 – ребра купола; 2 – прогоны;
 3 – опорное коньковое кольцо; 4 – опорный контур; 5 – коньковый прогон;
 6 – второстепенные арки

са с различной степенью участия [12, 17].

Тонкостенные купола образуются дощатыми двойными (кольцеобразный и косой) или тройным (два кольцеобразные и один косой) настилами, опирающимися на меридианальные арки прямоугольного сечения, склеенные или сколоченные из досок. Доски настила толщиной 1,9... 2,5 см прибивают к аркам и скрепляют между собой гвоздями. В каждом пролете между меридианальными арками косой настил, укладываемый под углом 45°, меняет свое направление. Доски кольцеобразного настила перекрывают стыки предыдущего слоя на половине своей длины и ширины. Меридианальные арки упираются верхними концами в деревянно-кружальное кольцо, а нижними – в железобетонное или стальное опорное кольцо, прочно скрепленное со стенами или фундаментами.

Ребристые купола состоят из прямолинейных или криволинейных ребер, соединенных непосредственно в вершине или через коньковое опорное кольцо, и опирающихся на опорный контур. Ребра образуют систему перекрестных арок или рам.

В ребристых куполах меридианальные арки чередуются с ребрами жесткости, максимальная высота сечения которых равна 1/50...1/70 диаметра купола. Меридианальные арки имеют высоту сечения от 1/200 до 1/250 диаметра. Устойчивость ребер обеспечивается установкой поперечных связей, являющихся также вспомогательными элементами при монтаже. Шаг ребер жесткости, измеряемый по периметру основания, составляет 3..6 м, а меридианальных арок – 0,8..1,5 м.

Ребра сетчатых куполов могут располагаться по геодезическим линиям на поверхности или образовывать систему правильных многоугольников, соединяемых в пространственную систему в виде выпуклых многогранников, вписанных в сферическую поверхность. Кроме того, сетчатые купола сферической формы могут быть образованы арками кругового очертания, пересекающимися под углом 60°. Арки крепят в узлах стальными фасонками и накладками на болтах. По другому способу сферические сетчатые купола собирают из колец, соединяемых промежуточными криволинейными вставками, образующими в плане треугольники. Кружально-сетчатые купола собирают из косяков, расположенных на сферической поверхности в виде сетки из нескольких ярусов с измененными длинами или углами наклона косяков. Соединение осуществляется на болтах или шипах. Нижнее растянутое кольцо

может быть выполнено из металла, железобетона или конструкционной пластмассы, а верхнее сжатое – из нескольких слоев досок, стянутых болтами. Сверху сетки из косяков укладывается сплошной настил, пришиваемый гвоздями, который увеличивает общую жесткость покрытия.

Купола радиальной системы состоят из пересекающихся в вершине трехшарнирных сплошных или сквозных арок, прогонов и дощатого настила, укладываемого под углом 45° к прогонам. Верхние концы арок опираются на сжатое кружальное кольцо, а нижние – на мощное опорное кольцо из железобетона. Шаг арок, измеряемый по опорному кольцу, не должен превышать 6 м. Устойчивость арок обеспечивается поперечными связями [5].

Проектирование купола осуществляется в следующей последовательности [12, 17]:

5 Выполняется геометрический расчет купола. Он заключается в определении всех необходимых для статического расчета размеров и углов. Основными характеристиками являются: радиус сферы R , центральный угол (φ_0), радиус основания купола, высота купола (f).

6 По безмоментной теории производится статический расчет каркаса купола.

7 После этого подбирают сечения каркаса купола. Подбор сечений деревянных арок производится на действие в них максимальных усилий – изгибающих моментов, продольных и поперечных сил, при наиболее неблагоприятных сочетаниях расчетных нагрузок.

8 Производится проверка принятых сечений:

– на действие нормальных напряжений в сечениях каркаса (3.3)

$$- \text{ на жесткость } \frac{f}{l} = \frac{7}{1024} \frac{q_n^3 l^3}{EJ} + \frac{Q_n l^2}{48 EJ} < \left[\frac{f}{l} \right] \quad (5.1)$$

где f – прогиб; q_n , Q_n – нормативная нагрузка; l – пролет; E – модуль упругости; J – момент инерции; $\left[\frac{f}{l} \right]$ – допустимые значения прогиба.

– на местную и общую устойчивость.

9 В заключении рассчитывают узловое соединения.

Пример 5.1 Рассмотрим расчет купола пролетом 27 м. Стержни конструкции выполнены из клееной древесины и соединены с помощью металлической трубы. В качестве кровельного покрытия используются щиты треугольной формы, опирающиеся сверху на стержни купола. Основные геометрические характеристики купола: радиус основания купола – 13,5 м, высота купола – 8,343 м. На кровельный щит действует равномерно распределенная нагрузка: $g_n = 59,2$ кгс/м², $g_p = 66,3$ кгс/м², $q_n = g_n + S_n = 99,6$ кгс/м² (при $\alpha = 0^\circ$) и $200,62$ кгс/м² (при $\alpha = 50^\circ$), $q_p = g_p + S_p = 130,94$ кгс/м² (при $\alpha = 0^\circ$) и $292,57$ кгс/м² (при $\alpha = 50^\circ$).

I Определяем недостающие геометрические характеристики купола:

$$1) \text{ радиус сферы } R = \frac{l^2 + 4f^2}{8f} = \frac{27^2 + 4 \cdot 8,343^2}{8 \cdot 8,343} = 15,094 \text{ м};$$

2) центральный угол

$$\varphi_0 = \arctg \frac{l}{2(R-f)} = \arctg \frac{2700}{2(1509,3 - 843,3)} = 63,5^\circ.$$

Тогда площадь, перекрываемая куполом, будет равна

$$F = 2\pi R^2(1 - \cos \varphi_0) = 2 \cdot 3,14 \cdot 15,094^2(1 - 0,447) = 792,6 \text{ м}^2.$$

Сферическую форму поверхности последовательно заменяем двадцатигранником (икасаэдром), а затем, используя четырехчастотную разбивку трехсотдвадцатигранником. Основные геометрические размеры между точками, лежащими на срединной поверхности сферы, представлены в табл. 5.1.

5.1 Геометрические характеристики к расчету купола

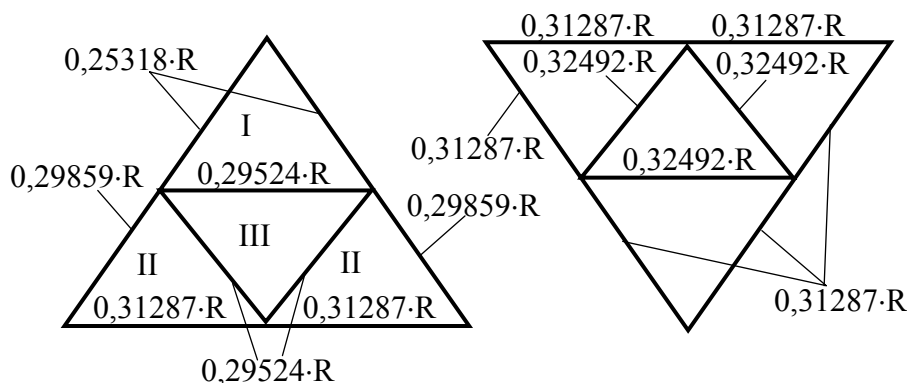


Рис. 5.2 Размеры треугольных граней

№ пп.	Обозначение элементов	Количество, шт.	Длина между точками на	Угол наклона элемента,
-------	-----------------------	-----------------	------------------------	------------------------

Напряжения

будут

равны

(2.1)

$$\sigma = \frac{0,04425 \cdot 10^{-3} \cdot 6}{0,15 \cdot 0,032^2} = 1,72$$

МПа

<

< 13 МПа.

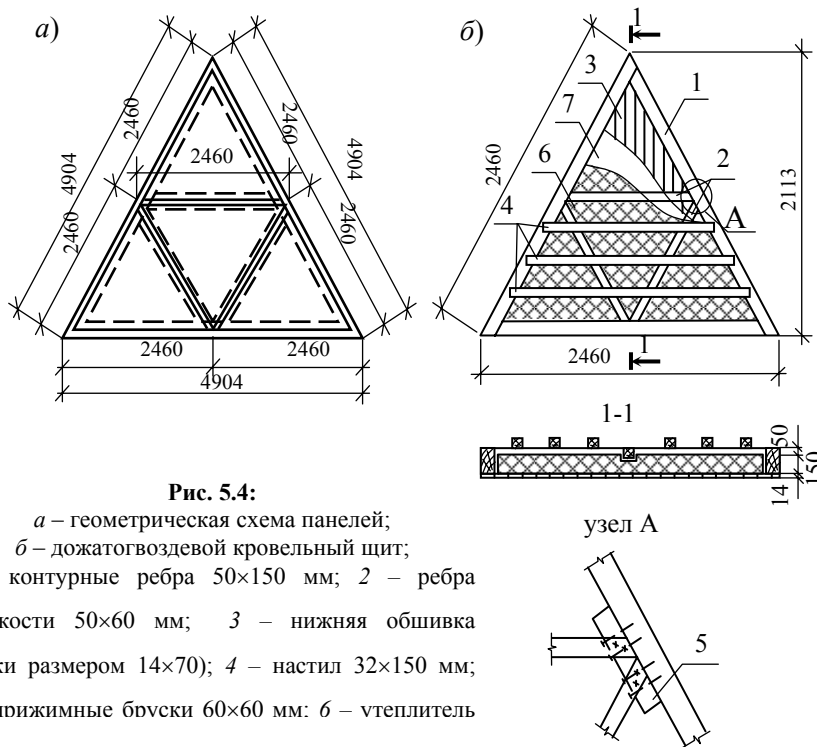


Рис. 5.4:

a – геометрическая схема панелей;

б – дожатогвоздевой кровельный щит;

1 – контурные ребра 50×150 мм; 2 – ребра жесткости 50×60 мм; 3 – нижняя обшивка (доски размером 14×70); 4 – настил 32×150 мм; 5 – прижимные бруски 60×60 мм; 6 – утеплитель

Проверяем жесткость настила (2.2)

$$\frac{f}{l} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,354 \cdot 10^{-3} \cdot 1^3 \cdot 12}{10^4 \cdot 0,15 \cdot 0,032^3} = 0,0012 < \left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{150} = 0,0067.$$

Ввиду значительного запаса по нормальным напряжениям рабочий настил укладываем с шагом 500 мм, а доски защитного настила принимаем толщиной 22 мм.

Проверяем прочность и жесткость настила:

$$M = \frac{q_e^p l^2}{8} = \frac{0,354 \cdot 0,5^2}{8} = 0,01106 \text{ кН·м};$$

$$\sigma = \frac{0,01106 \cdot 10^{-3} \cdot 6}{0,15 \cdot 0,022^2} = 0,91 \text{ МПа} < 13 \text{ МПа};$$

$$\frac{f}{l} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,354 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5^3 \cdot 12}{10^4 \cdot 0,15 \cdot 0,022^3} = 0,00046 < \left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{150} = 0,0067.$$

Определяем изгибающий момент от монтажной нагрузки $P = 1 \cdot 1,2 = 1,2$ кН (постоянная нагрузка равна 0,018 кН/м²), тогда

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{ql^2}{8} = \frac{1,2 \cdot 0,5}{4} + \frac{0,018 \cdot 0,5^3}{8} = 0,15 \text{ кН·м}$$

и

$$\sigma = \frac{0,15 \cdot 10^{-3} \cdot 6}{0,15 \cdot 0,022^2} = 12,4 \text{ МПа} < 13 \text{ МПа}.$$

2 Подбор ребер щитов настила. За расчетный пролет ребра принимаем длину стороны панели, уменьшенную на 1 %, т.е. $l = 0,99 \cdot 2,46 = 2,44$ м. Учитывая усиление ребер щитов настилом, полагаем, что ребра на кручение и кривой изгиб не работают.

Нагрузку на ребра приближенно считаем распределенной по закону треугольника (рис. 5.5).

Определяем расчетную нагрузку

$$q_p^p = q_p h_1 = 2,9257 \cdot 0,704 = 2,856 \text{ кН/м},$$

тогда изгибающий момент будет равен

$$M = \frac{q_p^p l^2}{12} = \frac{2,856 \cdot 2,44^2}{12} = 1,417 \text{ кН·м}.$$

Определяем напряжения (2.1) в ребре сечением 50×150 мм с учетом возможного ослабления отверстиями (50×50 мм). Для этого определим момент инерции и момент сопротивления с учетом ослаблений.

$$I = I_{\text{бр}} - I_{\text{нт}} = \frac{5 \cdot 15^3}{12} - \frac{5 \cdot 5^3}{12} = 1384 \text{ см}^4 (1,384 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4),$$

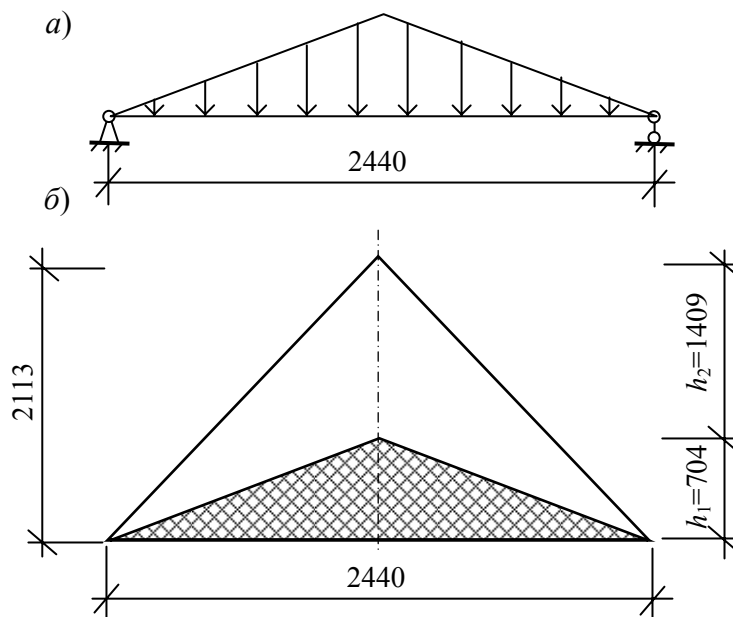


Рис. 5.5:

а – расчетная схема ребра; б – расчетная площадь

тогда

$$W = \frac{I}{0,5h_p} = \frac{1,384 \cdot 10^{-4}}{0,5 \cdot 0,15} = 1,805 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \text{ и}$$

$$\sigma = \frac{1,417 \cdot 10^{-3}}{1,805 \cdot 10^{-4}} = 7,85 \text{ МПа} < 13 \text{ МПа}.$$

Выполняем проверку жесткости ребер щитов настила

$$\frac{f}{l} = \frac{1}{120} \frac{q_n^p l^3}{EI} = \frac{1}{120} \cdot \frac{1,91 \cdot 10^{-3} \cdot 2,44^3 \cdot 12}{10^4 \cdot 0,05 \cdot 0,15^3} = 0,00148 < \left[\frac{f}{l} \right]$$

где $q_n^p = q_n h_1 = 2,0062 \cdot 0,704 = 1,91 \text{ кН/м}$.

Промежуточные ребра принимаем сечением 50×60 мм.

Определяем изгибающий момент, действующий в промежуточном ребре

$$M = \frac{2,856 \cdot 0,704 \cdot 1,12^2}{12} = 0,211 \text{ кН·м}.$$

Напряжения в ребре будут равны

$$\sigma = \frac{0,211 \cdot 10^{-3} \cdot 6}{0,05 \cdot 0,06^2} = 7,03 \text{ МПа} <$$

< 13 МПа.

III Статический расчет купольного каркаса.

Нагрузку на купол принимаем равной (для Тамбовской области):

$$g_n = 0,734 \text{ кН/м}^2, S_n = 0,607 \text{ кН/м}^2, W_n = -0,402 \text{ кН/м}^2, g_p = 0,819 \text{ кН/м}^2,$$

$$S_p = 0,972 \text{ кН/м}^2, W_p = -0,504 \text{ кН/м}^2.$$

Статический расчет ведем по безмоментной теории [17].

1) Определяем усилия в куполе от собственного веса и кровли

$$N_1 = -\frac{Rq}{1 + \cos \varphi}, N_2 = -Rq \cos \varphi - N_1 \text{ и } N_{12} = 0,$$

где N_1 – усилия в оболочке по направлению меридиана на единицу длины кольцевого сечения; N_2 – кольцевое усилие на единицу длины меридиана; N_{12} – сдвигающее усилие; φ – переменный угол в меридианальном сечении оболочки, отсчитываемый от оси вращения; R – радиус купола (15,1 м); q – расчетная нагрузка от собственного веса купола (0,819 кН/м²).

Расчет ведем в табличной форме (табл. 5.2).

5.2 Усилия в сечениях купола от собственного веса и кровли

№ п.	φ°	N_1 , кН/м	N_2 , кН/м
1	0	-6,184	-6,184
2	2	-6,376	-5,245
3	0	-7,003	-2,47
4	52	-7,654	0
5	63,5	-8,551	3,032

2) Определяем усилия в куполе от симметричного нагружения снеговой нагрузкой

$$N_1 = -0,5SR, N_2 = -0,5SR \cos 2\varphi \text{ и } N_{12} = 0,$$

где S – расчетная нагрузка от снегового покрова (0,972 кН/м²).

Расчет сведен в табл. 5.3.

5.3 Усилия в сечениях купола от симметричного нагружения снеговой нагрузкой

№ п.	φ°	N_1 , кН/м	N_2 , кН/м
1	0	-7,339	-7,339
2	20	-7,339	-5,621
3	40	-7,339	-1,274
4	52	-7,339	1,775
5	63,5	-7,339	4,415

3) Определяем усилия в куполе от одностороннего нагружения снеговой нагрузкой исходя из ее приложения по нормали к поверхности купола

$$N_1 = 0,4SR \left[\frac{1}{2} + \frac{\cos \varphi}{3 \sin^3 \varphi} (2 + \cos \varphi)(1 - \cos \varphi)^2 \sin \psi \right],$$

$$N_2 = 0,4SR \left[\frac{1}{2} + \left(\sin \varphi - \frac{\cos \varphi}{3 \sin^3 \varphi} (2 + \cos \varphi)(1 - \cos \varphi)^2 \right) \sin \psi \right] \text{ и}$$

$$N_{12} = \frac{-0,4PR}{3} \frac{(2 + \cos \varphi)(1 - \cos \varphi)^2}{\sin^3 \varphi} \cos \varphi, \quad S = 0,4S_0(1 + \sin \varphi \sin \psi),$$

где S_0 – нагрузка на единицу площади горизонтальной проекции купола; $P = 0,00972$ кН/м², ψ – угол широты в плане нижнего круга сферического купола, отсчитываемый от диаметра, перпендикулярного направлению ветра.

Расчет сведен в табл. 5.4.

5.4 Усилия в сечениях купола от одностороннего нагружения снеговой нагрузкой

№ пп.	ψ°	φ°	N_1 , кН/м	N_2 , кН/м	N_{12} , кН/м
1	0	0	-2,935	-2,935	0,522
2	± 30		-3,180	-2,935	0,453
3			-2,690	-2,177	
4	± 60		-3,361	-4,248	0,261
5			-2,509	-1,622	
6	± 90	20	-3,427	-4,451	0
7	± 120		-2,443	-1,419	
8			-3,361	-4,248	-0,261
9	± 150		-2,509	-1,622	
10			-3,180	-3,693	-0,453
11	-2,690		-2,177		
12	± 180		-2,935	-2,935	-0,522
13	0		-2,935	-2,935	1,106
14	± 30		-3,359	-4,397	0,958
15			-2,511	-1,473	
16	± 60		-3,670	-5,467	0,553
17			-2,200	-0,403	
18	± 90	40	-3,783	-5,859	0
19	± 120		-2,087	-0,011	
20			-3,670	-5,467	-0,553
21	-2,200		-0,403		

Продолжение табл. 5.4

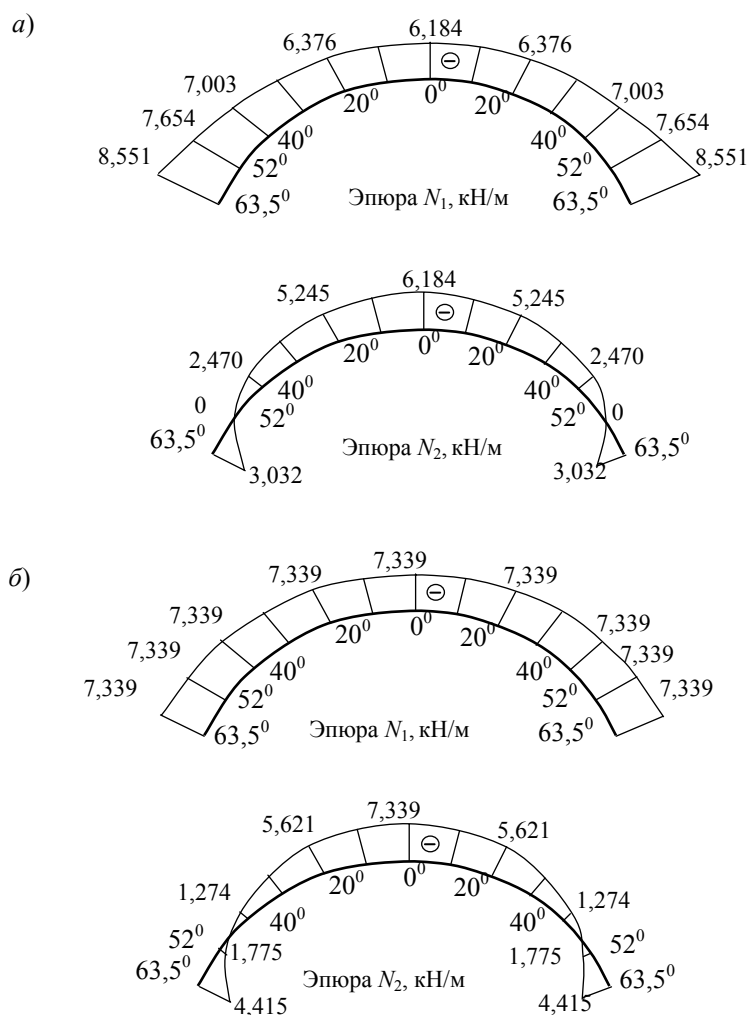
№ пп.	ψ°	φ°	N_1 , кН/м	N_2 , кН/м	N_{12} , кН/м
22	± 150		-3,359	-4,397	
23			-2,511	-1,473	-0,958
24			-2,935	-2,935	
25	± 180		-2,935	-2,935	-1,106
26	0		-3,410	-4,772	1,545
27	± 30		-2,460	-1,098	1,338
28			-3,758	-6,117	

29	±60	52	-2,112	0,247	0,772
30			-3,886	-6,610	
31	±90		-3,886	-6,610	0
32			-1,984	0,740	
33	±120		-3,758	-6,117	-0,772
34			-2,112	0,247	
35	±150		-3,410	-4,772	-1,338
36			-2,460	-1,098	
37	±180		-2,935	-2,935	-1,545
38	0		-2,935	2,935	2,048
39	±30	63,5	-3,392	-5,104	1,774
40			-2,478	-0,766	
41	±60		-3,726	-6,692	1,024
42			-2,144	0,822	
43	±90		-3,849	-7,274	0
44			-2,021	1,404	
45	±120		-3,726	-6,692	-1,024
46			-2,144	0,822	
47	±150		-3,392	-5,104	-1,774
48			-2,478	-0,766	
49	±180		-2,935	-2,935	-2,048

4) Определяем усилия в куполе от действия ветровой нагрузки, которая приложена по нормали к поверхности купола

$$N_1 = 0,5W_0R, \quad N_2 = 0,5W_0R \quad \text{и} \quad N_{12} = 0, \quad W = W_0 \sin \varphi \sin \varphi,$$

Рис. 5.7 Эпюры усилий в куполе:
a – от собственного веса и веса кровли; *б* – от симметричного нагружения снеговой нагрузкой



где W_0 – давление ветра на вертикальную площадку, перпендикулярно его направления (при $\varphi = \psi = 90^\circ$), принимаемое с коэффициентом 0,8 ($0,8 \cdot 0,504 = 0,403$ кН/м²).

Расчет ведем в табличной форме (табл. 5.5).

5.5 Усилия в сечениях купола от ветровой нагрузки

№ пп.	φ°	N_1 , кН/м	N_2 , кН/м
1	0	3,043	3,043
2	20	3,043	3,043
3	40	3,043	3,043
4	52	3,043	3,043
5	63,5	3,043	3,043

IV Определение усилий в стержнях купола.

Устанавливаем связь между куполом-оболочкой и сетчатым куполом, преобразуя оси поля безмоментной оболочки так, чтобы одна ось была параллельна одной из осей решетки. Тогда усилия в стержнях определяются по следующим формулам:

$$P_1 = \frac{l}{2\sqrt{3}}(3N_2 - N_1), \quad P_2 = \frac{l}{\sqrt{3}}(N_1 + \sqrt{3}N_{12}), \quad P_3 = \frac{l}{\sqrt{3}}(N_1 - \sqrt{3}N_{12}).$$

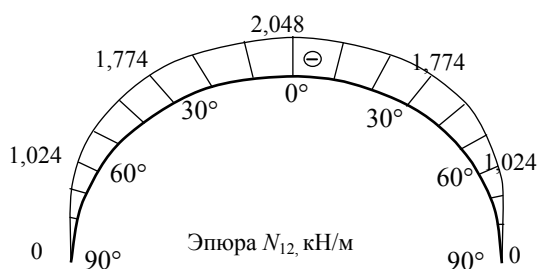
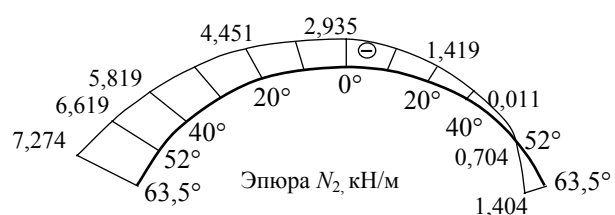
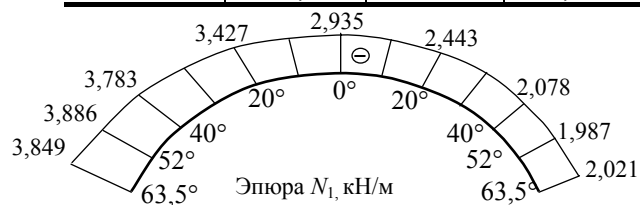
Предварительно выделим в характерных точках купола-оболочки значения полученных ранее усилий (табл. 5.6). Значения усилий в стержнях представлены в табл. 5.7. При этом из двух усилий P_2 и P_3 принимаем наибольшее по абсолютной величине. В вычислениях принимаем $l = 4,9$ м, что идет в запас прочности.

5.6 Сводная таблица усилий

Схема загрузки	φ°	ψ°	N_1 , кН/м	N_2 , кН/м	N_{12} , кН/м
а	0	все	-6,184	-6,184	0
	52		-7,654	0	0
	63,5		-8,551	3,032	0
б	0	все	-7,339	-7,339	0
	52		-7,339	1,775	0
	63,5		-7,339	4,415	0
в	0	± 90	-2,935	-2,935	0

	52		-2,935	-2,935	0
			-3,886	-6,610	0
			-1,984	0,740	0
			-3,849	-7,274	0
	63,5		-2,021	1,404	0
			-2,936	-2,935	0
			-2,936	-2,935	$\pm 1,545$
			-2,936	-2,935	$\pm 2,048$
в	0	± 0	3,043	3,043	0
			3,043	3,043	0
			3,043	3,043	0
			3,043	3,043	0
г	52	все	-2,935	-2,935	0
			-3,886	-6,610	0
			-1,984	0,740	0
			-3,849	-7,274	0
	63,5		-2,021	1,404	0
			-2,936	-2,935	0
			-2,936	-2,935	$\pm 1,545$
			-2,936	-2,935	$\pm 2,048$

а)



б)

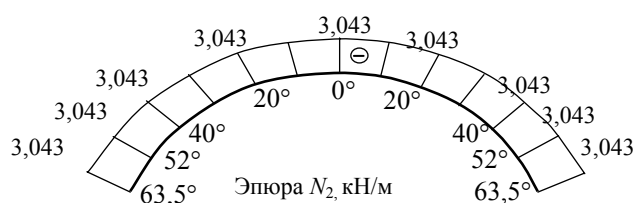
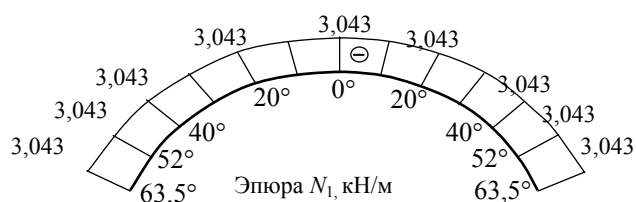


Рис. 5.8 Эпюры усилий в куполе:
а – от одностороннего нагружения снеговой нагрузкой; б – от ветровой нагрузки

5.7 Усилия в стержнях купола

φ°	Схема загружения	P_1 , кН/м		P_2, P_3 , кН/м	
		–	+	–	+
0	а	-17,495	–	-17,495	–
	б	-20,762	–	-20,762	–
	в	-8,303	–	-8,303	–
	г	–	8,612	–	8,612
52	а	-10,830	–	-21,653	–
	б	–	17,920	-20,762	–

	в	-22,561	5,949	-15,874	–
	г	–	8,612	–	8,612
63,5	а	–	24,971	-24,191	–
	б	–	29,126	-20,762	–
	в	-25,432	8,820	-18,338	1,732
	г	–	8,612	–	8,612

Выполним расчет на основные сочетания: (собственный вес+снег или ветер), и дополнительные: собственный вес+(снег+ветер)·0,9.

$$\varphi = 0^\circ, \quad P_1^- = -17,495 - 20,762 = -38,257 \text{ кН};$$

$$P_2^+ = -17,495 - 20,762 = -38,257 \text{ кН};$$

$$\varphi = 52^\circ, \quad P_1^- = -10,830 - 22,561 = -33,391 \text{ кН};$$

$$P_1^+ = -10,830 + (17,920 + 8,612)0,9 = 13,049 \text{ кН};$$

$$P_2^- = -21,653 - 20,762 = -42,415 \text{ кН};$$

$$\varphi = 63,5^\circ, \quad P_1^+ = 24,971 + (29,126 + 8,612)0,9 = 58,935 \text{ кН};$$

$$P_2^- = -24,191 - 20,762 = -44,953 \text{ кН}.$$

В качестве расчетных усилий принимаем максимальные значения:
 $N_p = +58,9 \text{ кН}$ и $N_c = -45,0 \text{ кН}$.

V Конструктивный расчет купола.

По величине максимальной сжимающей силы ($N_c = -45 \text{ кН}$) производим подбор стержней решетки купола. Расчетная длина стержня составляет 4,9 м.

Элемент каркаса рассчитываем как сжато-изогнутый шарнирно-опертый по концам стержень с учетом возможного случайного эксцентриситета. Для этого предварительно принимаем сечение (до фрезерования) размером 210×315 мм. Нагрузка, действующая на элемент равна: $q_n = 2,713 \text{ кН/м}^2$,
 $q_p = 4,057 \text{ кН/м}^2$, $N = -45,0 \text{ кН}$, $q_n^3 = 2,713 \cdot 0,704 \cdot 2 = 3,820 \text{ кН/м}$, $q_p^3 = 4,507 \cdot 0,704 \cdot 2 = 5,712 \text{ кН/м}$.

Определяем опорные реакции, возникающие от панелей:

$$Q_p = 0,5q_p 0,704 \frac{l_p}{2} 8 = 0,5 \cdot 4,507 \cdot 0,704 \cdot 2,45 \cdot 0,5 \cdot 8 = 15,547 \text{ кН},$$

$$Q_n = 0,5q_n 0,704 \frac{l_p}{2} 8 = 0,5 \cdot 2,713 \cdot 0,704 \cdot 2,45 \cdot 0,5 \cdot 8 = 9,359 \text{ кН}.$$

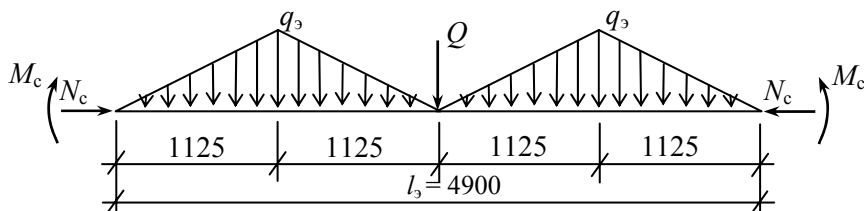


Рис. 5.9 Расчетная схема элемента купола

Момент от эксцентриситета равен $M^e = Nl = 45,00 \cdot 0,03 = 1,35 \text{ кН·м}$,

где $l = 0,10h_3 = 0,1 \cdot 0,3 = 0,03 \text{ м}$.

Определяем расчетный момент, возникающий от поперечных сил:

$$M^Q = \frac{q_p l_3^2}{16} + \frac{Q l_3}{4} = \frac{0,571 \cdot 4,9^2}{16} + \frac{1,555 \cdot 4,9}{4} = 2,762 \text{ кН·м},$$

тогда суммарный изгибающий момент равен

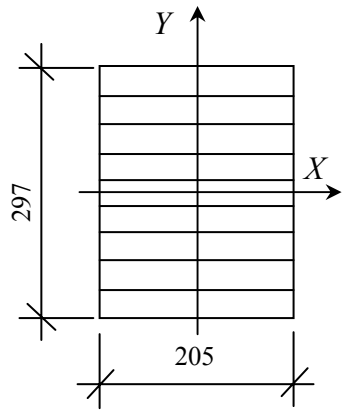
$$M_{\max} = M^Q + M^e = 2,762 + 0,135 = 2,897 \text{ кН·м}.$$

Определяем геометрические характеристики поперечного сечения элемента после фрезерования:

– площадь сечения $F = 29,7 \cdot 20,5 = 608,85 \text{ см}^2$;

– моменты инерции $J_{\max} = \frac{20,5 \cdot 29,7^3}{12} = 44755 \text{ см}^4$ и $J_{\min} = \frac{29,7 \cdot 20,5^3}{12} = 21322 \text{ см}^4$;

– моменты сопротивления $W_{\max} = \frac{20,5 \cdot 29,7^2}{6} = 3014 \text{ см}^3$ и $W_{\min} = \frac{29,7 \cdot 20,5^2}{6} = 2080 \text{ см}^3$;



– гибкость $\lambda_x = \frac{l_0}{\sqrt{\frac{I_x}{F}}} = \frac{490}{\sqrt{\frac{44755}{609}}} = 57,2 < [\lambda] = 120$ и

Рис. 5.10 Поперечное сечение элементов

$$\lambda_y = \frac{l_0}{\sqrt{\frac{I_y}{F}}} = \frac{490}{\sqrt{\frac{21322}{609}}} = 82,8 < [120] .$$

Тогда $\xi = 1 - \frac{\lambda^2 N}{3000 R_c F_3} = 1 - \frac{57,2^2 \cdot 4500}{3000 \cdot 130 \cdot 609} = 1 - 0,062 = 0,938 .$

Выполняем проверку элемента по прочности (3.3)

$$\sigma = \frac{4,5 \cdot 10^{-3}}{609 \cdot 10^{-4}} + \frac{2,897 \cdot 10^{-3} \cdot 13}{0,938 \cdot 3014 \cdot 10^{-6} \cdot 13} = 11 \text{ МПа} < R_c = 13 \text{ МПа} .$$

Проверяем жесткость элемента (формула 5.1).

$$\begin{aligned} \frac{f}{l} &= \frac{7}{1024} \cdot \frac{0,382 \cdot 10^{-3} \cdot 4,9^3}{10^4 \cdot 44,8 \cdot 10^3 \cdot 10^{-8}} + \frac{0,936 \cdot 4,9^2}{48 \cdot 44,8 \cdot 10^{-1}} = \\ &= 0,00114 < \left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{300} = 0,0033 . \end{aligned}$$

VI Расчет купола на устойчивость. Вводим следующие допущения:

- изгибная жесткость обшивки и податливость узлов не учитывается;
- соединение шарнирное в узлах;
- нагрузка приложена в узлах.

Проверяем местную устойчивость. Определяем гибкость пятигранной пирамиды

$$\lambda = \frac{2,53}{0,133} \sqrt{\frac{1 + 8 \sin 36^\circ \sin \gamma_{12}}{\sin 36^\circ \sin \gamma_{12}}} = \frac{2,53}{0,133} \sqrt{\frac{1 + 8 \cdot 0,59 \cdot 0,99}{0,59 \cdot 0,99}} = 60 ,$$

где γ_{12} – угол между вертикальной осью пирамиды и осью одного из ребер пятигранника ($\gamma_{12} \approx 83^\circ$).

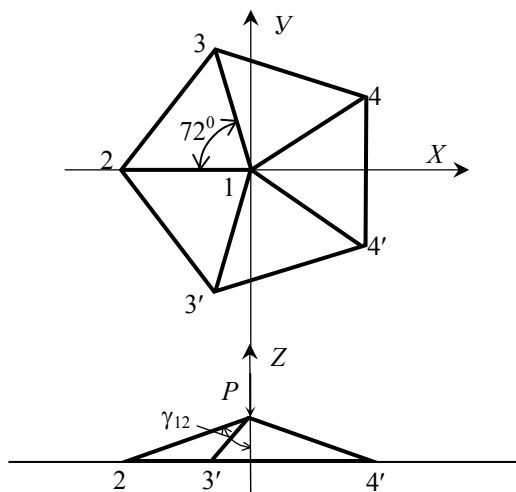


Рис. 5.11 Схема пятигранной пирамиды

Для стержня каркаса купола $\lambda = 79$, что больше 60. Таким образом, гибкость стержня превышает предельную гибкость системы и расчетной будет проверка стержня на устойчивость по общим правилам.

VII Проверка общей устойчивости.

Потерю общей устойчивости с достаточной точностью можно исследовать, рассматривая устойчивость эквивалентной континуальной оболочки. Устойчивость континуальной оболочки проверяем по следующей формуле

$$q_{кр} = k \frac{E't'^2}{R^2},$$

где $k = 0,4$; E' и t' – соответственно модуль упругости и приведенная толщина континуальной оболочки; R – радиус оболочки (15,094 м).

После приведения формула принимает следующий вид

$$q_{кр} = 1,6 \frac{EFr}{lR^2},$$

где E , F – соответственно модуль упругости и площадь поперечного сечения клееного стержня; l , r – соответственно длина и радиус инерции стержня

$$q_{кр} = 1,6 \cdot \frac{10^4 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,062}{4,90 \cdot 1,5094^2} = 5,33 \text{ кН/м}^2.$$

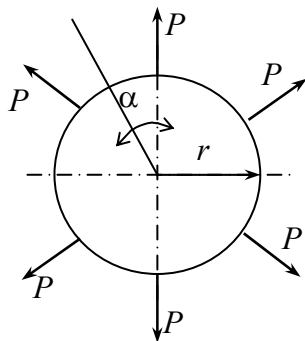


Рис. 5.12 Схема загрузки узла

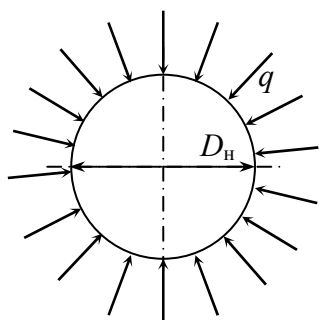


Рис. 5.13 Расчетная схема узла

Таким образом $q = 4,05 \text{ кН/м}^2 < q_{кр} = 5,33 \text{ кН/м}^2$. Условие устойчивости выполнено.

Пример 5.2 Рассмотрим расчет узлов купола. Величины усилий берем из примера 5.1.

1) Расчет узла на растяжение сосредоточенными силами $\alpha \approx 30^\circ$; $P = 55 \text{ кН}$; $\varphi = 30^\circ$.

Определяем нормальную силу в трубе при $\varphi = 0$:

$$N = \frac{P}{2 \sin \alpha} \cos \alpha = \frac{55}{2 \cdot 0,5} \cdot 0,866 = 47,63 \text{ кН.}$$

Изгибающий момент равен

$$M_{\max} = -\frac{1}{2} Pr \left(\frac{1}{\varphi} - \operatorname{ctg} \varphi \right) = -\frac{1}{2} \cdot 55 \cdot 0,12 (0,524 - 1,732) = 398,64 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Определяем напряжения с учетом пластичной работы материала

$$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{N}{F} = \frac{398,64 \cdot 10^{-3} \cdot 6}{0,26 \cdot 0,02^2} + \frac{47,6 \cdot 10^{-3}}{0,26 \cdot 0,02} = 23,92 \text{ МПа} < 21 \cdot 1,15 = 24,15 \text{ МПа.}$$

При этом предполагалось, что ослабления вертикальными прорезями компенсировались жесткой диафрагмой.

2) Расчет узла на обжатие торцами клееных элементов. Определяем наружный периметр узлового элемента $l = \pi D_n = 3,14 \cdot 0,26 = 0,82 \text{ м,}$

где D_n – наружный диаметр узлового
Тогда нагрузка будет равна

$$q = \frac{6P}{l} = \frac{6 \cdot 55}{0,8168} = 3,3 \text{ кН/м,}$$

Проверяем прочность узлового со-

$$\sigma = \frac{N}{F_{\text{эл}}} = \frac{42,97 \cdot 10^{-3}}{0,12 \cdot 0,02} = 17,9 \text{ МПа} < 21 \text{ МПа,}$$

где $F_{\text{эл}}$ – площадь трубы с учетом ослаб-

3) Расчет узла на действие одной со-
мальной силу в трубе

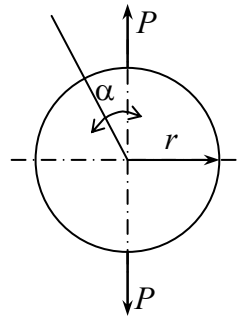


Рис. 5.14 Расчетная
схема узла

соединения.

$$N = qR = 3,3 \cdot 0,13 = 42,97 \text{ кН.}$$

единения

лений.

средоточенной силы. Определяем нор-

$$N = -\frac{1}{2} P \sin \alpha = \frac{45}{2} \cdot 1 = 22,5 \text{ кН.}$$

Изгибающий момент равен

$$M_{\max} = 0,3183 Pr_{\text{ср}} = 0,3183 \cdot 45 \cdot 0,12 = 1,7905 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Проверяем прочность узла

$$\sigma = \frac{1,7905 \cdot 10^{-3} \cdot 6}{0,26 \cdot 0,02^2} + \frac{22,5 \cdot 10^{-3}}{0,26 \cdot 0,02} = 6,39 \text{ МПа} < 24,15 \text{ МПа.}$$

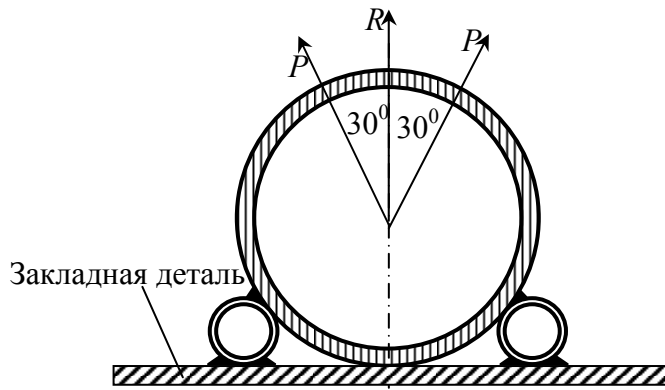


Рис. 5.15 Расчетная схема опорного узла

4) Расчет опорного узла. Определяем отрывающее усилие в опорном узле $R = 2P \cos 30^\circ = 2 \cdot 58,9 \cdot 0,866 = 102 \text{ кН,}$ где $P = 58,9 \text{ кН.}$

Полагая, что отрывающие усилия могут восприниматься только одним из угловых швов и пренебрегая местным изгибающим моментом, определим напряжение в сварном шве

$$\tau_f = \frac{R}{\beta h_f l_f} = \frac{102 \cdot 10^{-3}}{0,7 \cdot 0,008 \cdot 0,23} = 79,2 \text{ МПа} < 130 \text{ МПа,}$$

где l_f – длина углового шва (230 мм); h_f – катет шва, принимаем равным 8 мм [18, табл. 13.1]

5) Расчет клеештыревого соединения. Соединение выполняется в виде штыря, вклеенного в заранее просверленное отверстие в торце стержня на эпоксидно-цементной композиции. Глубина вклеивания не более 30 диаметров арматуры. Диаметр отверстия на 4 мм больше диаметра арматуры.

Проверяем несущую способность соединения на выдергивание

$$T = R_{\text{ск}} \pi (d + 0,005) l k_c,$$

где l – длина вклеиваемой части арматуры (принимается равной 450 мм); d – диаметр вклеиваемой арматуры (26 мм); $R_{\text{ск}} = 1,2$ МПа; k_c – коэффициент, учитывающий геометрические размеры вклеиваемой арматуры $k_c = 1,2 - 0,02 \frac{l}{d} = 1,2 - 0,02 \frac{450}{26} = 0,9$.

Тогда $T = 1,2 \cdot 10^{-3} \pi (0,026 + 0,005) 0,45 \cdot 0,9 = 47,33 \text{ кН} > 45 \text{ кН}$. Таким образом, запроектированная конструкция клеештыревого соединения удовлетворяет требованиям расчета.

5.2 ИСПЫТАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО КУПОЛА

Модель геодезического купола состоит из тридцати деревянных стержней сечением 30×20 мм и пятнадцати узловых элементов, изготовленных из обрезков стальной трубы диаметром 26 мм и толщиной стенки 2 мм.

Модель 1/5 части купола установлена на специально спроектированной подставке, которая позволяет рассматривать смоделированную часть купола в условиях, близких к реальным. При этом все узловые элементы, расположенные по периметру зафиксированы от возможных перемещений. Таким образом, в условиях, близких к реальным, находятся только три узла. В этих трех узлах при помощи специальных приспособлений, исключающих возникновение момента, производится нагружение модели купола вертикально действующими силами (рис. 5.16).



Рис. 5.16 Установка для испытания сферического купола

Для определения напряжений, возникающих в элементах каркаса купола на шести стержнях, примыкающих к одному из трех промежуточных узлов, установлены тензодатчики (рис. 5.17).

Испытания проводили при действии сосредоточенной силы в узле 1. При этом все элементы каркаса купола работают на сжатие. Экспериментальные данные, определенные с помощью тензометрии (см. п. 2.5) приведены в табл. 5.8. В ней также представлены и расчетные значения напряжений, возникающих в стержнях.

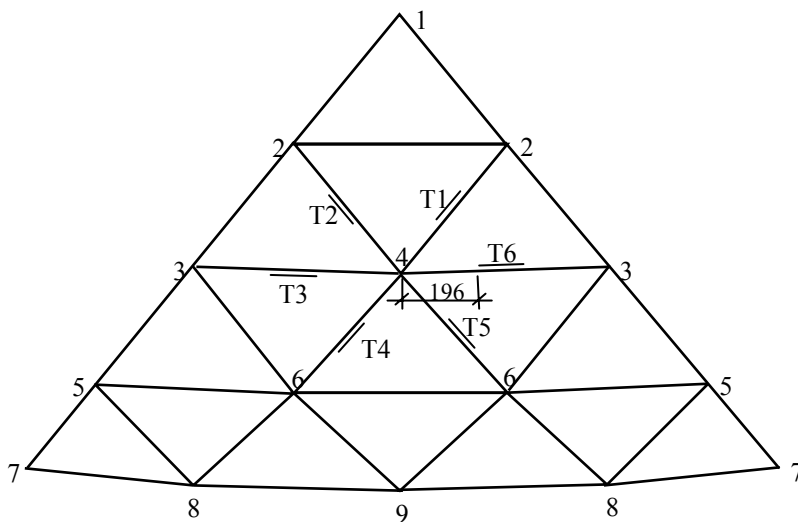


Рис. 5.17 План геометрической схемы модели

5.8 Величины напряжений в стержнях купола

Порядковый номер стержня	Данные тензометрии, полученные с помощью АИД-4, Δ	Экспериментальные значения напряжений, σ_{Σ} , МПа	Теоретические значения напряжений, σ_T , МПа	Ошибка, %
1	0,12	6,63	6,95	4,6
2	0,122	6,74	6,92	2,6
3	0,081	4,48	3,74	19,8
4	0,090	4,97	5,1	2,5
5	0,093	5,14	5,15	0
6	0,082	4,53	3,75	20,1

Экспериментальные значения напряжений в стержнях испытываемой модели части купола определяем по закону Гука (2.17), где $\varepsilon = \frac{k\Delta}{4} \cdot 10^{-3}$

(k – коэффициент пересчета, 2,21; Δ – показания АИД-4, модуль упругости E равен 10^4 МПа).

В табл. 5.9 приведены значения прогибов для каждого стержня испытываемой грани модели купола. Прогибы

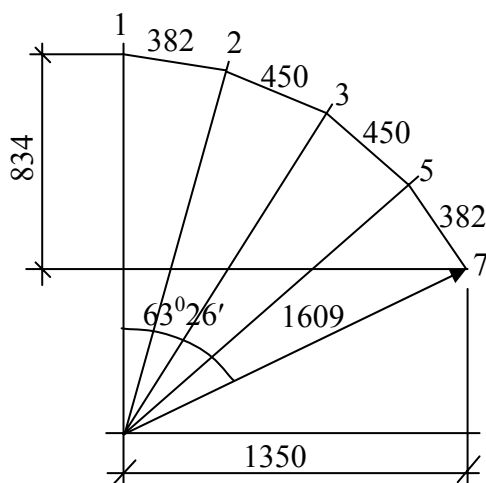


Рис. 5.18 Геометрическая схема модели

замерялись с помощью индикатора часового типа ИЧ-10 (см. п. 4.2).

5.9 ВЕЛИЧИНЫ ПРОГИБОВ В СТЕРЖНЯХ КУПОЛА

Порядковый номер стержня	Длина стержня в осях, мм	Показания индикатора при нагрузке 2 кН, мм	Экспериментальные прогибы, f/l	Теоретические прогибы от нагрузки 2 кН, f/l	Ошибка, %
1	454,6	0,56	1/935	1/806	13,7
2	454,6	0,55	1/927	1/806	12,9
3	472,2	0,56	1/945	1/827	12,4
4	490,4	0,58	1/945	1/832	11,7
5	490,4	0,57	1/950	1/832	12,5
6	472,2	0,57	1/950	1/827	13,2

Как показали результаты испытаний значения напряжений и прогибов, полученных в ходе проведения эксперимента незначительно расходятся с теоретическими. Это подтверждает правильность выбора модели купола и методов испытаний.

6 ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ДРЕВЕСИНЫ И ФАНЕРЫ В СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ